

2. コンピュータで扱われる数値

この章ではコンピュータで扱われる数値について数理構造や計算方法などを学びます。

2.1. 基数と2進数

私達が日常使用している数は10進数です。例えば、123は

$$123 = 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$$

という意味であることを良く知っています(位取り表記法)。上記の例のように10進数は0,1,2,3,4,5,6,7,8,9の10個の文字(数字)を使用し、各桁には $\cdots$, 10^2 , 10^1 , 10^0 , 10^{-1} , 10^{-2} , $\cdots$ 重みが付加されています。重みの基準となる数を**基数**と呼び、10進数の場合は10となります。

一般的に**n進数**の数は、n個の文字(数字)と基数nで表されます。例えば、5進数の場合は0,1,2,3,4の5個の数字と基数5で表され、5進数の123は

$$123 = 1 \times 5^2 + 2 \times 5^1 + 3 \times 5^0$$

であることを意味し、10進数の38となります。

コンピュータ内部では電気が流れている状態(オン)と流れていない状態(オフ)の2種類しかありません。そこで、流れている状態を1、流れていない状態を0に対応させることによって**2進数**の数として扱います。

注意 n進数の数であることを明記するために数値の後に(n)を付けて表します。ただし、省略されている場合は基本的に10進数として扱います。

10進数の場合: $123 \text{ (10)} = 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$

5進数の場合: $123 \text{ (5)} = 1 \times 5^2 + 2 \times 5^1 + 3 \times 5^0$

例題1 214.3 (5)を10進数に変換しなさい。

解答例 $214.3 \text{ (5)} = 2 \times 5^2 + 1 \times 5^1 + 4 \times 5^0 + 3 \times 5^{-1} = 59.6 \text{ (10)}$

例題2 0.26 (10)を5進数に変換しなさい。

解答例 $0.26 \text{ (10)} = 1 \times 5^{-1} + 3 \times 5^{-2} = 0.13 \text{ (5)}$

例題3 456 (10)を7進数に変換しなさい。

解答例 $456 \text{ (10)} = 1 \times 7^3 + 2 \times 7^2 + 2 \times 7^1 + 1 \times 7^0 = 1221 \text{ (7)}$

問題1 0.12 (4)を10進数に変換しなさい。

問題2 1356 (7)を10進数に変換しなさい。

問題3 0.1 (10)を2進数に変換しなさい。

2.2. 基数変換

この節では10進数からn進数への変換(基数変換)の方法を学びます。例として10進数の100.6875を2進数に変換する場合について考えて行きましょう。

変換方法:

- ① 整数部分と小数部分に分けます。

$$100.6875 = 100 + 0.6875$$

- ② 整数部分を2進数に変換します。

$$\begin{array}{rcl} 100 \div 2 = 50 & \cdots 0 & \uparrow \\ 50 \div 2 = 25 & \cdots 0 & \uparrow \\ 25 \div 2 = 12 & \cdots 1 & \uparrow \\ 12 \div 2 = 6 & \cdots 0 & \uparrow \\ 6 \div 2 = 3 & \cdots 0 & \uparrow \\ 3 \div 2 = 1 & \cdots 1 & \uparrow \\ 1 \div 2 = 0 & \cdots 1 & \uparrow \end{array}$$

整数部分 1100100 (2)

- ③ 小数部分を2進数に変換します。

$$\begin{array}{rcl} 0.6875 \times 2 = 1.375 & \downarrow & \\ 0.375 \times 2 = 0.75 & \downarrow & \\ 0.75 \times 2 = 1.5 & \downarrow & \\ 0.5 \times 2 = 1.0 & \downarrow & \\ \text{小数部分} & 0.1011 & (2) \end{array}$$

注意 整数部分は商が0に、小数部分は積の小数部分が0になるまで計算します。

- ④ ②と③の結果を合わせます。従って1100100.1011 (2)となります。

上の例より、一般に10進数をn進数に変換する場合は、整数部分はnで割り、小数部分はnを掛ければ同じように求めることができます。

例題1 0.3104 (10)を5進数に変換しなさい。

解答例 $0.3104 \times 5 = 1.552$

$$0.552 \times 5 = 2.76$$

$$0.76 \times 5 = 3.8$$

$$0.8 \times 5 = 4.0$$

答 0.1234 (5)

例題2 12(10)を8進数に変換しなさい。

解答例 $12 \div 8 = 1 \quad \cdots 4$

$$1 \div 8 = 0 \quad \cdots 1$$

答 14 (8)

問題1 123 (10)を6進数に変換しなさい。

問題2 0.984375 (10)を8進数に変換しなさい。

問題3 9375.9375 (10)を2進数に変換しなさい。