2.6.　補数表示

補数表示は、数値を固定された有限の桁で表示するという条件の下で、負の数を表現する方法です。引き算をするとき

56789－1234＝56789＋(－1234)

と考えることによって、引き算を足し算として扱います。そのため、1章で紹介したCPU内部にある演算装置に引き算をする仕組が不必要になり、回路が単純になるという利点があります。

補数表示には2種類あり、n進数の場合、nの補数表示とn-1の補数表示があり、固定された有限の桁で表される数全体の半分を負の数として扱い、残り半分を正の数として扱います。例えば、10進数の場合は10の補数表示と9の補数表示があります。また、2桁の10進数の場合、下表のように9の補数表示では00から49までを0から49の正の数、50から99までを-49から0の負の数とし、10の補数表示では00から49までを0から49の正の数、50から99までを-50から-1の負の数として扱います。注意点として、9の補数(n-1の補数)は0の表現方法が2種類あります。

実際の数	-50	-49	-48	-47	・・・	-3	-2	-1	0	1	2	・・・	47	48	49
9の補数表示		50	51	52	・・・	96	97	98	99, 00	01	02		47	48	49
10の補数表示	50	51	52	53	・・・	97	98	99	00	01	02	・・・	47	48	49

補数表示の例を挙げたところで、補数表示を使った演算(引き算)を行ってみましょう。例として49－48＝49＋(-48)を考えます。10の補数表示の場合は49＋52＝101となりますが、2桁の有限な桁数で表示するので3桁目を無視すれば01となり答が一致します。9の補数表示の場合は49＋51＝100となり、答は00となりますが1を足せば正しいことが解ります(普通はn-1の補数による演算は行いません)。もう少し具体的な例をみてみましょう。

計算可能な場合:

実際の演算	10の補数による演算	
5－1＝4	05＋99＝04	
2－3＝-1	02＋97＝99	[-1に相当する]
1－48＝-47	01＋52＝53	[-47に相当する]
49－1＝48	49＋99＝48	
10-10＝0	10＋90＝00	

計算不可能な場合:

実際の演算	10の補数による演算	
40＋40＝80	40＋40＝80	[-20に相当する]
-30－30＝-60	70＋70＝40	

このように、適当な範囲であれば正しい演算結果が得られることが解ります。

一般的な補数の求め方は、a (n)を補数表示可能な正の数とすると、-a (n)に対するn-1の補数とnの補数は次の式によって求めることができます。ただし、固定された有限の桁数をk桁とします。また、r＝n-1と置くと別の書き方ができます。

n-1の補数：　$1\ \overbrace{000\cdots000}^{\text{k桁分の0}}\ (n)-1-a\ (n)$ または $\overbrace{rrr\cdots rrr}^{\text{k桁分のr}}\ (n)-a\ (n)$

nの補数：　$1\ \overbrace{000\cdots000}^{\text{k桁分の0}}\ (n)-a\ (n)$ または $\overbrace{rrr\cdots rrr}^{\text{k桁分のr}}\ (n)-a+1\ (n)$

なお、n-1の補数からnの補数への変換はn-1の補数に1を足し、nの補数からn-1の補数への変換はnの補数から1を引くことによって求めることができます。

例題1　-123 (10)を補数表示しなさい。ただし、桁数は4桁。

解答例　9の補数　10000 (10)－1－123 (10)＝9876 (10)
または　9999 (10)－123 (10)＝9876 (10)
10の補数　10000 (10)－123 (10)＝9877 (10)
または　9999 (10)－123 (10)＋1＝9877 (10)

例題2　-1010100 (2)を補数表示しなさい。ただし、桁数は8桁。

解答例　1の補数　100000000 (2)－1－1010100 (2)＝10101011 (2)
または　11111111 (2)－1010100 (2)＝10101011 (2)
2の補数　100000000 (2)－1010100 (2)＝10101100 (2)
または　11111111 (2)－1010100 (2)＋1＝10101100 (2)

2進数の場合は、次章の論理演算を使って補数を求めることができます。例として-123 (10)の補数を計算してみましょう。ただし、固定された有限の桁数を16桁とします。

計算方法：

①　2進数に基数変換し桁数を16ビットに合わせます。
123 (10)＝1111011 (2)＝0000000001111011 (2)

②　①で求めた数の各桁で0と1を入れ替えます（論理演算の否定）。1の補数になります。
0000000001111011 (2)
1111111110000100 (2)　　1の補数表示

③　②で求めた1の補数に1を足します。2の補数になります。
1111111110000100 (2)＋1 (2)＝1111111110000101 (2)　　2の補数表示

問題1　桁数が8桁の10進数のとき-100（10)を9の補数で補数表示しなさい。

問題2　桁数が4桁の4進数のとき-123（10)を4の補数で補数表示しなさい。

問題3　桁数が16桁の2進数のとき-1000（10)を2の補数で補数表示しなさい。

問題4　桁数が16桁の2進数のとき2の補数で補数表示された1111000011110000（2)を10進数の数で答えなさい(例:100，21，-50，-123)。

問題5　次の文章の□を埋めなさい。
2進数が補数表示されているとき最上位ビットが□のとき正の数、□のとき負の数を表す。
2n進数の場合は最上位の桁が□から□のとき正の数、□から□のとき負の数を表す。

2.7.　シフト演算

シフト演算には右シフト演算と左シフト演算があり、コンピュータ内部では掛け算や割り算の代わりにこの演算を使って計算します。

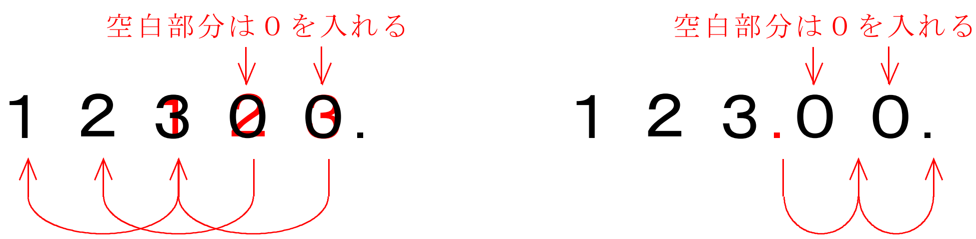
右シフト演算　この演算は、n進数で表される数を小数点を基準に1桁右に動かす演算です。逆に言えばn進数で表される数の小数点の位置を1桁左に動かす演算です。この演算はn進数の数をnで割る演算と同じになります。また、右シフト演算をk回行うことをk回右シフト演算といい、n進数の数をn^kで割るのと同じ演算になります。例えば123（10)に1回右シフト演算を行うと12.3（10)となり、123を10で割るのと同じ演算になります。

例題1　123（10)に2回右シフト演算を行いなさい。
解答例　　　　　答　1.23（10)

例題2　123（10)に3回右シフト演算を行いなさい。
解答例　　　　　答　0.123（10)

例題3　1010100010101010（2)に8回右シフト演算を行いなさい。
解答例　　　　　答　10101000.10101010（2)

左シフト演算　右シフトとは反対に、n進数で表される数を小数点を基準に1桁左に動かす演算です。逆に言えばn進数で表される数の小数点の位置を1桁右に動かす演算です。この演算はn進数の数にnを掛ける演算と同じになります。また、左シフト演算をk回行うことをk回左シフト演算といい、n進数の数にn^kを掛ける演算と同じになります。例えば123（10)に3回左シフト演算を行うと123000（10)となり、123に10^3を掛けるのと同じ演算になります。



例題1　0.00123（10)に2回左シフト演算を行いなさい。

解答例　　　　　　答　0.123（10)

例題2　1010100010101010（2)に3回左シフト演算を行いなさい。

解答例　　　　　　答　1010100010101010000（2)

例題3　5A3.CCA（16)に4回左シフト演算を行いなさい。

解答例　　　　　　答　5A3CCA0（2)

では、どのようにしてシフト演算によって掛け算や割り算を行うのか例を挙げ詳しく見ていきましょう。

例1　123×44＝(123+123+123+123)×10＋(123+123+123+123)＝492×10＋492＝5412

上記のように分解されるので、以下の手順で計算すればよいことが解ります。

①	123を4回足す。	123＋123＋123＋123＝492
②	①を1回左シフト演算。	4920
③	123を4回足す。	123＋123＋123＋123＝492
④	②と③を足す。	4920＋492＝5412

例2　11010×1010＝11010×1000＋11010×10＝100000100　（ただし、全て2進数）

上記のように分解されるので、以下の手順で計算すればよいことが解ります。また、2進数の場合は、例1の①や③のように各桁で足し算を行わなくてもよいことが解ります。

①	11010を3回左シフト演算。	11010000
②	11010を1回左シフト演算。	110100
③	①と②を足す。	11010000＋110100＝100000100

例3　1101110÷1010＝1011　（ただし、全て2進数）

割り算をシフト演算で行うには、最初に割る数にシフト演算を行って割る数の桁数と割られる数の桁数を一致させる必要があります。また、引き算で記述されている部分は、前節で述べたように実際のコンピュータは補数表示によって演算を行います。

①	1010を3回左シフト演算。	1010000	（桁数が同じになります）
②	1101110から何回①を引けるか？	1101110－1010000＝11110	1回↓
③	1010を2回左シフト演算。	101000	
④	11110から何回③を引けるか？	11110－101000＝	0回↓
⑤	1010を1回左シフト演算。	10100	
⑥	11110から何回⑤を引けるか？	11110－10100＝1010	1回↓
⑦	1010を0回左シフト演算。	1010	
⑧	1010から何回⑦が引けるか？	1010－1010＝0	1回↓
⑨	上から②④⑥⑧の順で引いた回数を並べます。		1011

例4　75115÷357＝203　（ただし、全て8進数）

2進数では引けるか引けないかでよいのですが、一般には何回引くことができるか回数を数える必要があります。

①	357を2回左シフト演算。	35700	（桁数が同じになります）
②	75115から何回①を引けるか？	75115－35700－35700＝1315	2回↓
③	357を1回左シフト演算。	3570	
④	1315から何回③を引けるか？	1315－3570＝	0回↓
⑤	357を0回左シフト演算。	357	
⑥	1315から何回⑤を引けるか？	1315－357－357－357＝0	3回↓
⑦	上から②④⑥の順で引いた回数を並べます。		203

問題1　11111111（2)を4回右シフト演算を行うといくつになるか10進数で答えなさい。

問題2　60752（8)÷123（8)をシフト演算を用いて計算しなさい。

問題3　A45F（16)×CDE（16)をシフト演算を用いて計算しなさい。