

2.8. 数値表現とその構造

コンピュータ内部では、固定された有限桁数の2進数として数値が表現されていることは既に述べましたが、構造の違いから**固定小数点表示**と**浮動小数点表示**と呼ばれる2種類の表現方法があります。それらで表現された数を**固定小数点数**、**浮動小数点数**とそれぞれ呼びます。

固定小数点表示 この表現方法は主に整数を表現する場合に使われますが、ビットとビットの間に小数点があると仮定して小数を表すことも出来ます(実は、前者は1ビット目の後に小数点があると仮定した特別な場合)。例えば、固定小数点数1語を16ビットで表すとき $2^{16}=65536$ 通りの数を表すことができます。従って、補数表示されていない整数として扱えば0 (10)=0000000000000000 (2)から65535 (10)=1111111111111111 (2)までの整数を1刻みで、補数表示された整数として扱えば-32768 (10)=1000000000000000 (2)から32767 (10)=0111111111111111 (2)までの整数を1刻みでそれぞれ表現することができます。しかしながら、この表示方法では0.5を表現できないのでコンピュータは小数点以下を切り捨てて0として扱います。

16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1.
----	----	----	----	----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	----

では、整数部分を上位8ビット、小数部分を下位8ビット(8ビットと9ビットの間に小数点があると仮定)と仮定した場合はどうなるでしょうか。この場合は0 (10)=00000000.00000000 (2)から255.99609375 (10)=11111111.11111111 (2)まで $2^{-8}=0.00390625$ (10)刻みの数表現することができるので0.5は表現できます。ところが、この表現方法も0と0.00390625の間の数は表現できないのでコンピュータは近似値として扱います。このように真(本来)の値と近似値の差を**誤差**と呼びます。

浮動小数点表示 この表現方法は実数を表現する場合に使われ、固定小数点数に比べ非常

16	15	14	13	12	11	10	9.	8	7	6	5	4	3	2	1
----	----	----	----	----	----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---

に大きな数や非常に小さな数を表すことができます。科学の分野では

$$-1.0 \times 10^8, 1.234 \times 10^{-4}$$

といった表示方法を用いますが、これが浮動小数点表示です。この方法に習い、

$$\pm M \times B^E$$

で表すと、**M**は**仮数部**、**E**は**指数部**、**B**は**底**といいます。コンピュータは2進数の数を扱いますので底には2, 8, 16など用います。また、浮動小数点表示には1語を32ビットで表す**単精度**と倍の64ビットで表す**倍精度**があり、下図のような構造をしています(指数部の桁数はどちらも9ビット)。このテキストでは、断りのない限り単精度の浮動小数点表示を使用し、底には2を使います。**S**は1ビットで仮数部の符号を表し、正ならば0、負ならば1の値を取ります。**E**は9ビットの補数表示によって指数を表します。**M**>0は22ビットを使って**M**の最上位ビットの左に小数点を仮定した固定小数点表示で仮数を表します。ただし、0以外の数は**M**の最上位ビットが1になるように正規化します。

S	E	.1	:	:	:	M	:	:	:
---	---	----	---	---	---	---	---	---	---

注意 底を8として正規化する場合は、**M**の上位3ビットが0にならないように取り、底を16として正規化する場合は、**M**の上位4ビットが0にならないように取ります。

例題1 1 (2)を浮動小数点表示しなさい。

解答例 仮数部の正規化を行うと $1(2) = 0.1(2) \times 2^1$ となる。

従って $S=0$, $E=000000001(2)$, $M=1000000000000000000000(2)$ となる。

答 0 000000001 1000000000000000000000 (2)

例題2 123 (10)を浮動小数点表示しなさい。

解答例 2進数に基数変換行くと $123(10) = 1111011(2)$ となる。

仮数部の正規化を行うと $1111011(2) = 0.1111011(2) \times 2^7$ となる。

指数部を2進数で補数表示すると $7(10) = 000000111(2)$ となる。

従って $S=0$, $E=000000111(2)$, $M=1111011000000000000000(2)$ となる。

答 0 000000111 1111011000000000000000 (2)

例題3 -123 (10)を浮動小数点表示しなさい。ただし、底を8とする。

解答例 2進数に基数変換行くと $123(10) = 1111011(2)$ となる。

仮数部の正規化を行うと $1111011(2) = 0.1111011(2) \times 2^{-2} \times 8^3$

$= 0.001111011(2) \times 8^3$ となる。

指数部を2進数で補数表示すると $3(10) = 000000011(2)$ となる。

従って $S=1$, $E=000000011(2)$, $M=0011110110000000000000(2)$ となる。

答 1 000000011 0011110110000000000000 (2)

浮動小数点表示の構造を理解したところで、この表示方法によって絶対値のいちばん大きな数と絶対値のいちばん小さな数を求めてみましょう。

絶対値のいちばん小さな数:

指数部と仮数部が最小であればよいので

指数部(補数表示) $100000000(2) = -256(10)$

仮数部(正規化の条件に注意) $0.1000000000000000000000(2) = 0.5(10)$

従って $0.5 \times 2^{-256}(10)$ が絶対値のいちばん小さな数になります。

絶対値のいちばん大きな数:

指数部と仮数部が最大であればよいので

指数部(補数表示) $011111111(2) = 255(10)$

仮数部 $0.1111111111111111111111(2) = 0.9999997615814208984375(10)$

従って $0.9999997615814208984375 \times 2^{255}(10)$ が絶対値のいちばん大きな数になります。

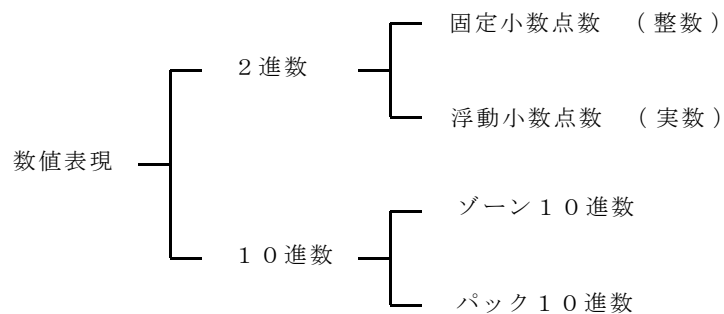
問題1 1.2×10^3 (10)を浮動小数点表示しなさい。

問題2 -0.0000101001 (2)を浮動小数点表示しなさい。

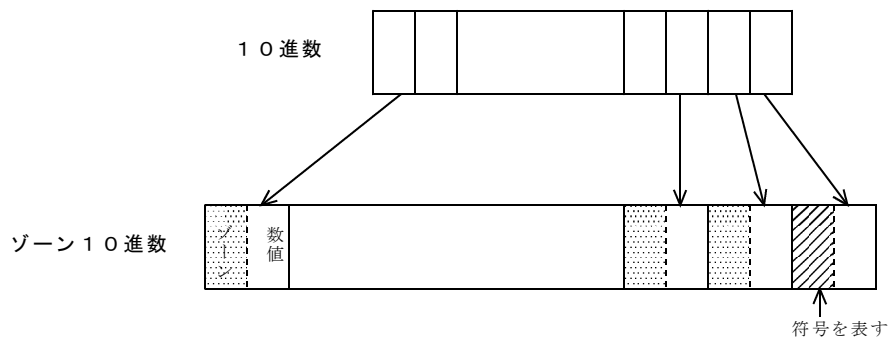
問題3 456789 (10)を浮動小数点表示しなさい。ただし、底は16 (10)とする。

問題4 2^{-256} や 2^{255} は10進数に直すと何桁に相当するか求めなさい。 $\log_2 10 = 3.321$ とする。

【参考資料】 数値表現には固定小数点表示や浮動小数点表示以外にも、**ゾーン10進数**や**パック10進数**があり10進数の表現に適しています。事務処理などで利用されます。



ゾーン10進数は10進数の1桁を8ビットで表し、上位4ビットには決められた値が割り当てられたゾーン部と下位4ビットには0 (10)=0000 (2)から9 (10)=1001 (2)までの値を入れて表します。ただし、10進数の1桁目に相当するゾーン部には符号を表すのに使用されます。



パック10進数は10進数の1桁を4ビットで表し、下位4ビットは符号を表すのに使用されます。パック10進数とゾーン10進数は下図のように対応しています。

