

線形代数学Iおよび線形代数学I演習

10月29日(金)に実施された線形代数学I演習のQuiz(小テスト)の解答は、第1行でラプラス展開すると意外と楽に解ける。急がば回れ (More haste, less speed.)

[第1行でラプラス展開した解答例]

$$\begin{aligned}
 \det \begin{pmatrix} z+a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \\ -1 & z & 0 & 0 \\ 0 & -1 & z & 0 \\ 0 & 0 & -1 & z \end{pmatrix} &= (z+a_3) \cdot \Delta_{11} + a_2 \cdot \Delta_{12} + a_1 \cdot \Delta_{13} + a_0 \cdot \Delta_{14} \\
 &= (z+a_3) \cdot (-1)^{1+1} \cdot \det \begin{pmatrix} z & 0 & 0 \\ -1 & z & 0 \\ 0 & -1 & z \end{pmatrix} + a_2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \det \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & z & 0 \\ 0 & -1 & z \end{pmatrix} \\
 &\quad + a_1 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \det \begin{pmatrix} -1 & z & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & z \end{pmatrix} + a_0 \cdot (-1)^{1+4} \cdot \det \begin{pmatrix} -1 & z & 0 \\ 0 & -1 & z \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\
 &= (z+a_3) \cdot \underline{z \cdot z \cdot z} + (-a_2) \cdot \underline{(-1) \cdot z \cdot z} + a_1 \cdot \underline{(-1) \cdot (-1) \cdot z} + (-a_0) \cdot \underline{(-1) \cdot (-1) \cdot (-1)} \\
 &= (z+a_3) \cdot z^3 + (-a_2) \cdot (-z^2) + a_1 \cdot z + (-a_0) \cdot (-1) \\
 &= z^4 + a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0.
 \end{aligned}$$

[Aさんの解答]

$$\begin{aligned}
 (\text{与式}) &= \det \begin{pmatrix} z+a_3 & z^2+a_3z+a_2 & a_1 & a_0 \\ -1 & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & z & 0 \\ 0 & 0 & -1 & z \end{pmatrix} \quad (\text{第2列に} z \text{倍した第1列を足す.}) \\
 &= \det \begin{pmatrix} z+a_3 & z^2+a_3z+a_2 & z^3+a_3z^2+a_2z+a_1 & a_0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \mathbf{0} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & z \end{pmatrix} \quad (\text{第3列に} z \text{倍した第2列を足す.}) \\
 &= \det \left(\begin{array}{ccc|c} (\text{省略}) & (\text{省略}) & (\text{省略}) & z^4+a_3z^3+a_2z^2+a_1z+a_0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \mathbf{0} \end{array} \right) \quad (\text{第4列に} z \text{倍した第3列を足す.}) \\
 &= z^4 + a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0. \quad (\text{第4列でラプラス展開する.})
 \end{aligned}$$

Excellent !

幸山直人

2004年10月29日 (2004年11月1日修正)