

線形代数学I演習(幸山班:11月12日(金)実施分)の補足

2 行列式論

2.11.2 行列式の乗法性

[C (3) の解答]

$$I_3 - AB = \begin{pmatrix} -20 & -18 & -15 \\ -51 & -43 & -37 \\ -81 & -70 & -58 \end{pmatrix}, \quad I_2 - BA = \begin{pmatrix} -67 & -92 \\ -41 & -55 \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} \det(I_3 + AB) = 161, \\ \det(I_2 + BA) = 161. \end{array}$$

[C (4) の答]

$$\det A = -\frac{2873}{840} \text{ より, } \det A^2 = (\det A) \cdot (\det A) = \left(-\frac{2873}{840}\right)^2 = \frac{8254129}{705600}.$$

[C (5) の答]

$$\det A = -\frac{420678000}{17048855269} + \frac{660900000}{17048855269}i.$$

2.12.1 正則性の判定

[C (1) の答]

$$\det A = 1, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

[C (3) の答]

$$\det A = \left(\frac{1}{33}\right)^5 \cdot 33 = \left(\frac{1}{33}\right)^4, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 14 & -12 & -8 & 16 \\ 14 & -7 & 6 & 4 & -8 \\ -12 & 6 & 9 & 6 & -12 \\ -8 & 4 & 6 & -7 & 14 \\ 16 & -8 & -12 & 14 & 5 \end{pmatrix}.$$

[C (5) の答]

$$\det A = 16 - 16i, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{i}{2} & -\frac{i}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{i}{2} & -\frac{i}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{i}{2} & -\frac{i}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{i}{2} & -\frac{i}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{i}{2} \end{pmatrix}.$$

2.12.2 クラメルの公式

[C (2) の答]

$$\det A = -12, \quad \begin{cases} x = \frac{5}{3}, \\ y = \frac{1}{12}, \\ z = -\frac{1}{6}. \end{cases}$$

[C (4) の答]

$$\det A = -16 - 37i, \quad \begin{cases} x = 2, \\ y = 2 + i, \\ z = i. \end{cases}$$

3 スペクトル論

3.2.1 縦ベクトルの内積とノルム

[C (1) の答] $\langle x | x \rangle = 27.$

[C (2) の答] $\| y \| = \sqrt{23}.$

[C (3) の答] $\det \begin{pmatrix} \langle x | x \rangle & \langle y | x \rangle \\ \langle x | y \rangle & \langle y | y \rangle \end{pmatrix} = 515.$

[C (4) の答] $y - \frac{\langle y | x \rangle}{\langle x | x \rangle} x = \begin{pmatrix} \frac{80}{27} + \frac{31}{27}i \\ -\frac{17}{27} + \frac{2}{3}i \\ -\frac{8}{9} - \frac{37}{27}i \\ -\frac{55}{27} + \frac{31}{27}i \end{pmatrix}.$

[C (5) の答] $\left\langle x \left| y - \frac{\langle y | x \rangle}{\langle x | x \rangle} x \right. \right\rangle = 0.$

* 答えあわせにご利用ください.

* 必ず、自分の手を動かして、計算練習すること!