

2007 年度 離散数理 レポート 1

学生用

学籍番号： _____

氏名： _____

下記の注意事項を守り、次ページ以降の問いに答え、レポートを完成させなさい。

提出期限： 2007 年 5 月 8 日 (火) 13:00 まで

提出場所： 理学部棟 正面玄関内に設置のレポートボックス

注意事項：

- (1) このページを印刷し、必要事項を記入の上 (学籍番号欄と氏名欄は 2 箇所あるので忘れずに記入すること)、レポートの表紙として提出すること。
- (2) ~~文章処理ソフトウェアや図形処理ソフトウェア等を駆使してレポートを作成し (問→解答→問→解答→… の順になるように記述すること)、A4 サイズの用紙に印刷して提出すること (手書きは不可)。~~
- (3) クラスメイトのレポートを参考にしたり、クラスメイトと協力してレポートを作成した場合は、教員控の協力者氏名欄にクラスメイトの氏名を記入すること。これらの場合も、自分の言葉で表現し直すこと。**コピー禁止。**
- (4) 離散数理について、あなたの声を聞かせてください (教員控の意見・質問欄に記入のこと)。気軽にどうぞ (成績には一切影響しません)。

出題者： 幸山 直人

出題日： 2007 年 4 月 25 日 (水)

得点：

/ 6

----- 切り取り線 -----

2007 年度 離散数理 レポート 1

教員控

学籍番号： _____

氏名： _____

協力者氏名： _____ , _____ , _____

レポート作成に要した時間： _____ . _____ 時間

得点：

/ 6

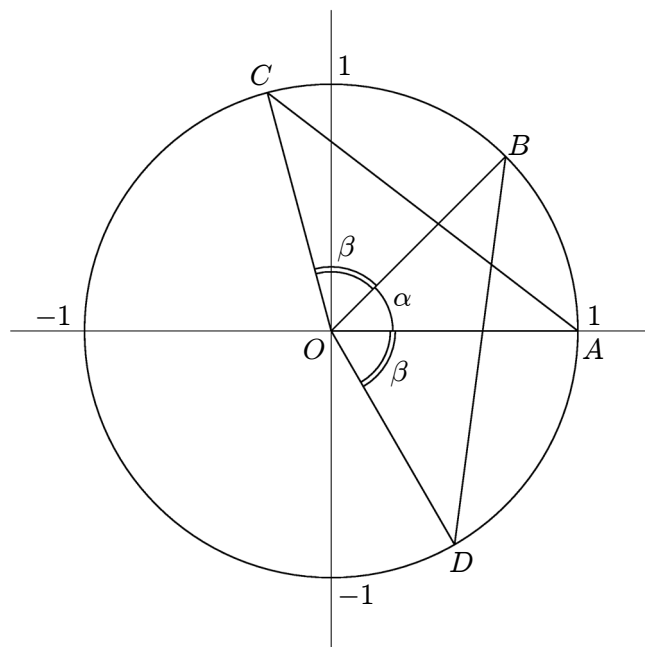
意見・質問：

問 1 次の (1)～(3) の問いに答えなさい。(1 点 × 3)

(1) 下図の $\triangle OAC$ と $\triangle ODB$ が合同であることを利用し、加法定理

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad \cdots \text{①}$$

を証明しなさい。



解答例 $\triangle OAC$ と $\triangle ODB$ が合同であることより、 $AC = DB$ ($AC^2 = DB^2$) である。また、円周上の各点の座標が $A(1, 0)$, $B(\cos \alpha, \sin \alpha)$, $C(\cos(\alpha + \beta), \sin(\alpha + \beta))$, $D(\cos(-\beta), \sin(-\beta))$ であることに注意すれば、

$$\begin{aligned} AC^2 &= (\cos(\alpha + \beta) - 1)^2 + (\sin(\alpha + \beta) - 0)^2 \\ &= 2 - 2\cos(\alpha + \beta), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DB^2 &= (\cos \alpha - \cos(-\beta))^2 + (\sin \alpha - \sin(-\beta))^2 \\ &= 2 - 2(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) \end{aligned}$$

である。したがって、

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

である。 ■

(2) (1) の①式を利用して、

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \quad \dots \text{②}$$

を証明しなさい。なお、三角関数の対称性は利用してよい。

解答例 (1) の①式の β を $-\beta'$ で置き換えれば、

$$(\text{左辺}) = \cos(\alpha + (-\beta')) = \cos(\alpha - \beta'),$$

$$\begin{aligned} (\text{右辺}) &= \cos \alpha \cos(-\beta') - \sin \alpha \sin(-\beta') \\ &= \cos \alpha \cos \beta' - \sin \alpha(-\sin \beta') \quad (\because \text{三角関数の対称性}) \\ &= \cos \alpha \cos \beta' + \sin \alpha \sin \beta' \end{aligned}$$

となる。したがって、

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

である。 ■

(3) (2) の②式を利用して $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ の値を求めなさい。

解答例

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) &= \cos\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{2\pi}{3}\right) \\ &= \cos \frac{3\pi}{4} \cos \frac{2\pi}{3} + \sin \frac{3\pi}{4} \sin \frac{2\pi}{3} \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$

評価基準 解答例に準じた解答であれば各 1 点。

問 2 変数 t [秒] の関数

$$x(t) = 2 \cos(3\pi t)$$

について、次の (1)～(3) の問いに答えなさい。(1 点 × 3)

(1) 関数 $x(t)$ の振幅 A , 角速度 ω , 周期 T , 周波数 f を求めなさい。なお、角速度, 周期, 周波数には単位を付加すること。

解答例

振幅 : $A = 2$

角速度 : $\omega = 3\pi$ [rad/秒]

周期 : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3}$ [秒] (正確には [秒/回転])

周波数 : $f = \frac{1}{T} = \frac{3}{2}$ [Hz]

(2) 位相を $\frac{\pi}{4}$ [rad] 遅らせた関数を求めなさい。

解答例 $2 \cos\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$

(3) 時間を $\frac{1}{2}$ [秒] 進ませた関数を求めなさい。

解答例 $2 \cos\left(3\pi\left(t + \frac{1}{2}\right)\right) = 2 \cos\left(3\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$

評価基準 解答例に準じた解答であれば各 1 点。