

2007 年度 離散数理 レポート 2

学生用

学籍番号： _____

氏名： _____

下記の注意事項を守り、次ページ以降の問いに答え、レポートを完成させなさい。

提出期限： 2007 年 5 月 15 日 (火) 13:00 まで

提出場所： 理学部棟 正面玄関内に設置のレポートボックス

注意事項：

- (1) このページを印刷し、必要事項を記入の上 (学籍番号欄と氏名欄は 2 箇所あるので忘れずに記入すること)、レポートの表紙として提出すること。
- (2) ~~文章処理ソフトウェアや図形処理ソフトウェア等を駆使してレポートを作成し (問→解答→問→解答→… の順になるように記述すること)、A4 サイズの用紙に印刷して提出すること (手書きは不可)。~~
- (3) クラスメイトのレポートを参考にしたり、クラスメイトと協力してレポートを作成した場合は、教員控の協力者氏名欄にクラスメイトの氏名を記入すること。これらの場合も、自分の言葉で表現し直すこと。**コピー禁止。**
- (4) 離散数理について、あなたの声を聞かせてください (教員控の意見・質問欄に記入のこと)。気軽にどうぞ (成績には一切影響しません)。

出題者： 幸山 直人

出題日： 2007 年 5 月 9 日 (水)

得点：

/6

----- 切り取り線 -----

2007 年度 離散数理 レポート 2

教員控

学籍番号： _____

氏名： _____

協力者氏名： _____ , _____ , _____

レポート作成に要した時間： _____ . _____ 時間

得点：

/6

意見・質問：

問 1 次の (1)～(3) の問いに答えなさい。(1 点 ×3)

(1) 複素平面上の直交座標表示された点 $3 + i3\sqrt{3}$ を三角関数による極座標表示で表しなさい。

(2) 複素平面上の直交座標表示された点 $-2 + i2$ を指数関数による極座標表示で表しなさい。

(3) 複素平面上の極座標表示された点 $5e^{i\pi}$ を直交座標表示で表しなさい。

問 2 直交関数系 (ベクトル) $1, \cos x, \sin x, \cos 2x, \sin 2x, \dots, \cos nx, \sin nx, \dots$ が 1 次独立であることを示すために、次の (1)~(3) の問いに答えなさい。ただし、 $a_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_n, b_n, \dots$ を実係数とし、級数

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

は、区間 $[-\pi, \pi]$ で収束し、項別積分可能とする。(1 点 $\times$ 3)

(1) 直交関数系の内積

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \right) \cdot \cos kx \, dx \quad (k = 1, 2, \dots)$$

を計算しなさい。

(2) 級数が

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) = 0$$

を満たすとき、

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \right) \cdot \cos kx \, dx = 0 \quad (k = 1, 2, \dots)$$

を示しなさい。

(3) (2) のとき、 $a_k = 0$ ($k = 1, 2, \dots$) を示しなさい。

同様に、級数と直交関数系 $1, \sin kx$ ($k = 1, 2, \dots$) の内積を計算すると、 $a_0 = 0$, $b_k = 0$ が得られる。すなわち、

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) = 0$$

ならば、

$$a_0 = a_k = b_k = 0 \quad (k = 1, 2, \dots)$$

が成り立ち、直交関数系 (ベクトル) $1, \cos x, \sin x, \cos 2x, \sin 2x, \dots, \cos nx, \sin nx, \dots$ は 1 次独立である。