■□■ フーリエ変換とフーリエ積分のまとめ ■□■

	フーリエ積分	フーリエ変換
関数	$f(x) \sim \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} F(u)\, e^{iux} du$	$F(u) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, e^{-iux} dx$
偶関数	$f(x) \sim \sqrt{\dfrac{2}{\pi}} \displaystyle\int_{0}^{\infty} C(u)\, \cos ux\, du$	$C(u) = \sqrt{\dfrac{2}{\pi}} \displaystyle\int_{0}^{\infty} f(x)\, \cos ux\, dx$
奇関数	$f(x) \sim \sqrt{\dfrac{2}{\pi}} \displaystyle\int_{0}^{\infty} S(u)\, \sin ux\, du$	$S(u) = \sqrt{\dfrac{2}{\pi}} \displaystyle\int_{0}^{\infty} f(x)\, \sin ux\, dx$

$$\text{系 3.5 より} \begin{cases} \bullet\ C(u) = F(u) \\ \bullet\ S(u) = iF(u) \quad (\ F(u) = -iS(u)\ ) \end{cases}$$

波のフーリエ積分と波のフーリエ変換

	波のフーリエ積分	波のフーリエ変換
関数	$x(t) \sim \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} X(f)\, e^{i2\pi ft} df$	$X(f) = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-i2\pi ft} dt$

- ノルムの調節と変数変換 $(\omega = 2\pi f)$ によって波 (信号処理) に適したフーリエ変換を得る。
- 波のフーリエ積分および波のフーリエ変換によって、時間領域の関数 $x(t)$ および周波数領域の関数 $X(f)$ に互いに変換できる。
- 観測区間 $[0, T_0]$ (0 [秒] から T_0 [秒]) に対して、

$$X_{T_0}(f) = \frac{X(f)}{T_0} = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} x(t)\, e^{-i2\pi ft} dt$$

  を周波数スペクトル密度と呼び、単位時間 (1 [秒]) あたりの各周波数 (角速度 $\omega = 2\pi f$) における cos 波形および sin 波形の振幅 (スペクトル) の大きさを表す関数である。

- 周波数 f [Hz] における cos 波形の波の振幅 A および sin 波形の波の振幅 B は、それぞれ、

$$A = \mathrm{Re}\, X_{T_0}(f) + \mathrm{Re}\, X_{T_0}(-f) \qquad \text{および} \qquad B = -\mathrm{Im}\, X_{T_0}(f) + \mathrm{Im}\, X_{T_0}(-f)$$

  である。