

2010 年度 情報数理 レポート 2

学生用

学籍番号： _____

氏名： _____

下記の注意事項を守り、次ページ以降の問いに答え、レポートを完成させなさい。

提出期限： 2010 年 11 月 10 日 (水) 15:00 まで

提出場所： 理学部棟 正面玄関内に設置のレポートボックス

注意事項：

- (1) このページを印刷し、必要事項を記入の上 (学籍番号欄と氏名欄は 2 箇所あるので忘れずに記入すること)、レポートの表紙として提出すること。
- (2) ~~文章処理ソフトウェアや図形処理ソフトウェア等を駆使してレポートを作成し (問→解答→問→解答→… の順になるように記述すること)、A4 サイズの用紙に印刷して提出すること (手書きは不可)。~~
- (3) クラスメイトのレポートを参考にしたり、クラスメイトと協力してレポートを作成した場合は、教員控の協力者氏名欄にクラスメイトの氏名を記入すること。これらの場合も、自分の言葉で表現し直すこと。**コピー禁止。**
- (4) 情報数理について、あなたの声を聞かせてください (教員控の意見・質問欄に記入のこと)。気軽にどうぞ (成績には一切影響しません)。

出題者： 幸山 直人

出題日： 2010 年 10 月 29 日 (金)

得点：

/6

----- 切り取り線 -----

2010 年度 情報数理 レポート 2

教員控

学籍番号： _____

氏名： _____

協力者氏名： _____ , _____ , _____

レポート作成に要した時間： _____ . _____ 時間

得点：

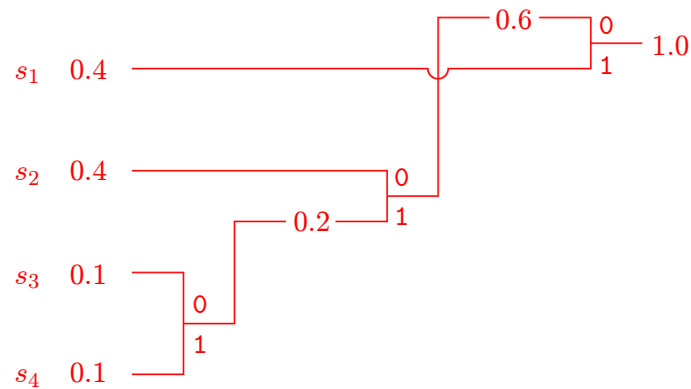
/6

意見・質問：

問 1 ある情報源 S から発生する 4 種類の通報について、次の (1)～(3) の問いに答えなさい。
ただし、情報源 S から発生する 4 種類の通報に対応する情報源記号をそれぞれ s_1, s_2, s_3, s_4 とし、その生起確率をそれぞれ $p(s_1) = 0.4, p(s_2) = 0.4, p(s_3) = 0.1, p(s_4) = 0.1$ とする。

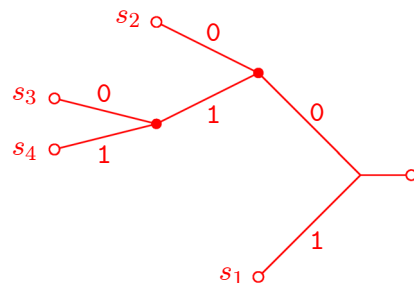
(1) テキスト (p.12) に習って、「(a) 構成法」, 「(b) 符号の木」 および 「(c) 符号」 をそれぞれ描きなさい (Huffman の符号化法 I を用いて情報源 S を符号化しなさい)。(1 点 × 3)

解答例 情報源 S に対して Huffman の符号化法 I を適用する。



(a) 構成法

上記の「(a) 構成法」より、「(b) 符号の木」 および 「(c) 符号」 は以下の通りである。



(b) 符号の木

s_1 (1)
 s_2 (00)
 s_3 (010)
 s_4 (011)

(c) 符号

評価基準 テキストに習って正しく描けていれば各 1 点。

(2) (1) で求めた符号の平均符号長 L を求めなさい。(1 点)

解答例 (1) より、情報源記号 s_1, s_2, s_3, s_4 の符号長はそれぞれ $l_1 = 1, l_2 = 2, l_3 = 3, l_4 = 3$ であるから、平均符号長 L は、

$$L = \sum_{i=1}^4 l_i p_i = \sum_{i=1}^4 l_i p(s_i) = 1 \times 0.4 + 2 \times 0.4 + 3 \times 0.1 + 3 \times 0.1 = 1.8 \text{ (ビット)}$$

である。

評価基準 解答例に準じた解答であれば 1 点。

(3) 情報源 S を 2 進符号に符号化したときの平均符号長の下限 $H(S)$ を、四捨五入により小数点以下第 2 位まで求めなさい。(1 点)

解答例 平均符号長の下限 $H(S)$ は、

$$\begin{aligned} H(S) &= - \sum_{i=1}^4 p(s_i) \log_2 p(s_i) \\ &= -(0.4 \log_2 0.4 + 0.4 \log_2 0.4 + 0.1 \log_2 0.1 + 0.1 \log_2 0.1) \\ &= 1.7219 \cdots \quad \leftarrow \text{小数点以下第 3 位を四捨五入する} \\ &\simeq 1.72 \text{ (ビット)} \end{aligned}$$

である。

【重要】 平均符号長の下限 $H(S)$ は、Huffman の符号化法 I と II を繰り返し適用することによって得られる。また、情報量は平均符号長の下限 $H(S)$ によって定義される。

評価基準 解答例に準じた解答であれば 1 点。

問 2 補助定理 2.1 の証明の中で「このとき、 $r^{-l_i} \leq p(s_i)$ であるから、」(テキスト 15 ページの最後の関係式) とあるが、その根拠を述べよ。(1 点)

解答例 証明の中の最初の (左側の) 関係式

$$\log_r \frac{1}{p(s_i)} \leq l_i \left(< \log_r \frac{1}{p(s_i)} + 1 \right)$$

より、

$$\begin{aligned} \log_r \frac{1}{p(s_i)} &\leq l_i = l_i \log_r r = \log_r r^{l_i} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{p(s_i)} &\leq r^{l_i} \quad (\because \text{対数関数は単調増加であるから}) \\ \Leftrightarrow r^{-l_i} &\leq p(s_i) \end{aligned}$$

となるからである。

評価基準 解答例に準じた解答であれば 1 点。