

### 8.3 エラトステネスのふるい

エラトステネスのふるい (sieve of Eratosthenes) は、素数を列挙する高速なアルゴリズムとしてよく知られています。例として、エラトステネスのふるいを使って、1から 30 までに含まれる素数列を求めてみましょう<sup>5</sup>。まず、1から 30 までの数を列挙します (1は素数ではないので、最初から消しておく)。

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,
11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20,
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30

次に、消されていない数で 1 の次に大きな数 2 の倍数を全て消します。

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,
11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20,
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30

更に、消されていない数で 2 の次に大きな数 3 の倍数を全て消します。

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,
11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20,
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30

同様に、この操作を繰り返すことで、1から 30 までに含まれる素数列を求めることができます (×の付いていない数が素数)。

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,
11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20,
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30

↓

$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$

なお、30以下の素数列を求めるのであれば、 $[\sqrt{30}] = [5.47\cdots] = 5$ 以下の素数の倍数を消せば十分です (例えば、 $30 = 5 \times 6$ であるから、5+1で割る以前に5で割れてしまうため)。

\*  $[x]$  は  $x$  を超えない最大の整数を表す (ガウス記号)。

**問題 1** エラトステネスのふるいを使って  $N$  までの素数列を求めるプログラムを作成しなさい。

**問題 2** 問題 1 のプログラムを足し算のみを使ったプログラムに書き換えなさい。

**問題 3**  $N$  までの全ての数を列挙すると 2 の倍数が配列の半分を占めメモリの無駄が多い。最初から 2 の倍数を除いた形で、エラトステネスのふるいを使って  $N$  までの素数列を求めるプログラムを作成しなさい。

<sup>5</sup> 全ての数を列挙すると、2 の倍数がその半分を占めるためメモリの無駄が多くなります。これを改善するため、最初から 2 の倍数を除いて  $2n+1$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) を対象にエラトステネスのふるいを実行するようにするとよい。更に効率よくするには、2 の倍数と 3 の倍数を除いて  $6n \pm 1$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) を対象にするとよい。

## 8.4 グレゴリオ暦

現在私達は、[グレゴリオ暦](#)と呼ばれる暦(太陽暦)を利用しています。基本的に1年は365日ですが、地球の公転周期は365.2422日であるため、1年を365日にしてしまうとズレが生じてしまいます。そのため、グレゴリオ暦では、以下の(1)~(3)の条件にしたがい、閏年(2月を28日から1日多い29日にする)を設けることでズレを修正しています。

条件：

- (1) ローマのグレゴリオ13世によって西暦1582年10月15日金曜日から実施された。
- (2) 西暦の年数が4で割り切れ、かつ100で割り切れない年は閏年。
- (3) (2)の例外として、西暦の年数が400で割り切れる年は閏年。

グレゴリオ暦が使用される前は、1年を365.25日で換算したユリウス暦(閏年は4年に1度)が利用されていました(グレゴリオ暦はユリウス暦を精巧にしたもの)。また、西暦1582年10月4日(ユリウス暦)の翌日より西暦1582年10月15日(グレゴリオ暦)に切り替わっており、それ以前の時間に遡及してグレゴリオ暦を適用することはありません。日本では、西暦1873年1月1日に当たる明治5年12月3日(太陰太陽暦)を明治6年1月1日(グレゴリオ暦)とし、世界標準であるグレゴリオ暦に切り替わりました。

**問題1** 年と月を入力したとき、その年月のカレンダーを表示するプログラムを作成しなさい。