

2015 年度 プログラミング I レポート 05

学生用

学籍番号：_____

氏名：_____

下記の注意事項を守り、次ページ以降の問いに答え、レポートを完成させなさい。

提出期限：2015 年 5 月 26 日 (火) 13:00 まで

提出場所：理学部棟 正面玄関内に設置のレポートボックス

注意事項：

- (1) このページを印刷し、必要事項を記入の上 (学籍番号欄と氏名欄は 2 箇所あるので忘れずに記入すること)、レポートの表紙として提出すること。
- (2) コンピュータ端末室を利用する場合は、情報システム利用ガイドラインを厳守すること。**特に、コンピュータ端末室では飲食禁止である。**
- (3) クラスメイトのレポートを参考にしたり、クラスメイトと協力してレポートを作成した場合は、教員控の協力者氏名欄にクラスメイトの氏名を記入すること。これらの場合も、自分の言葉で表現し直すこと。**コピー禁止。**
- (4) プログラミング I について、あなたの声を聞かせてください (教員控の意見・質問欄に記入のこと)。気軽にどうぞ (成績には一切影響しません)。

出題者：幸山 直人

出題日：2015 年 5 月 20 日 (水)

----- 切り取り線 -----

2015 年度 プログラミング I レポート 05

教員控

学籍番号：_____

氏名：_____

協力者氏名：_____, _____, _____

レポート作成に要した時間：_____. _____ 時間

意見・質問：

問 1 次の (1)～(4) の論理式を否定論理積 (|) のみで表しなさい。ただし、括弧は使ってよい。

(1) $\overline{A}$

解答例

$$\begin{aligned}\overline{A} &= \overline{A \cdot A} & (\because A \cdot A = A) \\ &= A | A\end{aligned}$$

(2) $A \cdot B$

解答例

$$\begin{aligned}A \cdot B &= \overline{\overline{A \cdot B}} & (\because \overline{\overline{A}} = A) \\ &= \overline{A | B} \\ &= (A | B) | (A | B) & (\because (1) \text{ より })\end{aligned}$$

(3) $A + \overline{B}$

解答例

$$\begin{aligned}A + \overline{B} &= \overline{\overline{A + \overline{B}}} & (\because \overline{\overline{A}} = A) \\ &= \overline{\overline{A} \cdot \overline{\overline{B}}} & (\because \text{ド・モルガンの定理}) \\ &= \overline{\overline{A} \cdot B} & (\because \overline{\overline{A}} = A) \\ &= \overline{A} | B \\ &= (A | A) | B & (\because (1) \text{ より })\end{aligned}$$

(4) $\overline{A} \cdot B$

解答例

$$\begin{aligned}\overline{A} \cdot B &= \overline{\overline{\overline{A} \cdot B}} & (\because \overline{\overline{A}} = A) \\ &= \overline{\overline{A} | B} \\ &= (\overline{A} | B) | (\overline{A} | B) & (\because (1) \text{ より }) \\ &= \{(A | A) | B\} | \{(A | A) | B\} & (\because (1) \text{ より })\end{aligned}$$

問 2 論理演算に関する等式 $A \cdot B + B \cdot C + C \cdot \overline{A} = A \cdot B + C \cdot \overline{A}$ を証明しなさい。

解答例 真理値表を描くことで証明を完了する。

A	B	C	$\overline{A}$	$A \cdot B$	$B \cdot C$	$C \cdot \overline{A}$	$A \cdot B + B \cdot C + C \cdot \overline{A}$	$A \cdot B + C \cdot \overline{A}$
0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1	0	1	1

問 3 論理演算に関する等式 $A \cdot B + B \cdot C + C \cdot \overline{A} = A \cdot B + C \cdot \overline{A}$ を、論理演算の基本公式 (p.44) を用いて証明しなさい。

解答例 交換律と結合律については断りなく使用する。

$$\begin{aligned}
 (\text{左辺}) &= A \cdot B + B \cdot C \cdot 1 + C \cdot \overline{A} & (\because A \cdot 1 = A) \\
 &= A \cdot B + B \cdot C \cdot (A + \overline{A}) + C \cdot \overline{A} & (\because A + \overline{A} = 1) \\
 &= A \cdot B + B \cdot C \cdot A + B \cdot C \cdot \overline{A} + C \cdot \overline{A} & (\because \text{分配律より}) \\
 &= A \cdot B \cdot 1 + A \cdot B \cdot C + B \cdot C \cdot \overline{A} + 1 \cdot C \cdot \overline{A} & (\because A \cdot 1 = A) \\
 &= A \cdot B \cdot (1 + C) + (B + 1) \cdot C \cdot \overline{A} & (\because \text{分配律より}) \\
 &= A \cdot B \cdot 1 + 1 \cdot C \cdot \overline{A} & (\because A + 1 = 1) \\
 &= A \cdot B + C \cdot \overline{A} & (\because A \cdot 1 = A) \\
 &= (\text{右辺})
 \end{aligned}$$

問 4 論理演算に関する等式 $A \oplus B = (A + B) \cdot (\overline{A} + \overline{B})$ を証明しなさい。

解答例 真理値表を描くことで証明を完了する。

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A + B$	$\overline{A} + \overline{B}$	$A \oplus B$	$(A + B) \cdot (\overline{A} + \overline{B})$
0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	0	0

別解 (論理演算の基本公式を用いて、以下のように証明できる。)

$$\begin{aligned}
 (A + B) \cdot (\overline{A} + \overline{B}) &= (A + B) \cdot \overline{A} + (A + B) \cdot \overline{B} & (\because \text{分配律より}) \\
 &= A \cdot \overline{A} + B \cdot \overline{A} + A \cdot \overline{B} + B \cdot \overline{B} & (\because \text{分配律より}) \\
 &= 0 + B \cdot \overline{A} + A \cdot \overline{B} + 0 & (\because A \cdot \overline{A} = 0) \\
 &= B \cdot \overline{A} + A \cdot \overline{B} & (\because A + 0 = A) \\
 &= \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} & (\because \text{交換律より}) \\
 &= A \oplus B & (\because \text{排他的論理和の定義より})
 \end{aligned}$$

問 5 論理演算に関する等式 $\overline{A} + B = 1$ かつ $\overline{A} \cdot B = 0$ が成り立つとき、論理演算に関する等式 $A = B$ を示しなさい。

解答例

$$\begin{aligned}
 A &= A \cdot 1 + 0 & (\because A + 0 = A, A \cdot 1 = A) \\
 &= A \cdot (\overline{A} + B) + (\overline{A} \cdot B) & (\because \text{条件より}) \\
 &= A \cdot \overline{A} + A \cdot B + \overline{A} \cdot B & (\because \text{分配律より}) \\
 &= A \cdot B + \overline{A} \cdot B & (\because A \cdot \overline{A} = 0, A + 0 = A) \\
 &= (A + \overline{A}) \cdot B & (\because \text{分配律より}) \\
 &= 1 \cdot B & (\because A + \overline{A} = 1) \\
 &= B & (\because A \cdot 1 = A)
 \end{aligned}$$

問 6 以下の表は、否定論理和 ($\downarrow$) のみで最小万能演算系となることを示唆するものである。空欄を埋め表を完成しなさい。ただし、命題変数 A, B および括弧は使用してもよい。

命題変数 A	0	0	1	1	
命題変数 B	0	1	0	1	否定論理和のみで記述された論理関数
$F_0(A, B)$	0	0	0	0	0
$F_1(A, B)$	0	0	0	1	$(A \downarrow A) \downarrow (B \downarrow B)$
$F_2(A, B)$	0	0	1	0	$(A \downarrow A) \downarrow B$
$F_3(A, B)$	0	0	1	1	A
$F_4(A, B)$	0	1	0	0	$A \downarrow (B \downarrow B)$
$F_5(A, B)$	0	1	0	1	B
$F_6(A, B)$	0	1	1	0	$\{(A \downarrow A) \downarrow (B \downarrow B)\} \downarrow (A \downarrow B)$
$F_7(A, B)$	0	1	1	1	$(A \downarrow B) \downarrow (A \downarrow B)$
$F_8(A, B)$	1	0	0	0	$A \downarrow B$
$F_9(A, B)$	1	0	0	1	$\{(A \downarrow A) \downarrow B\} \downarrow \{A \downarrow (B \downarrow B)\}$
$F_{10}(A, B)$	1	0	1	0	$B \downarrow B$
$F_{11}(A, B)$	1	0	1	1	$\{A \downarrow (B \downarrow B)\} \downarrow \{A \downarrow (B \downarrow B)\}$
$F_{12}(A, B)$	1	1	0	0	$A \downarrow A$
$F_{13}(A, B)$	1	1	0	1	$\{(A \downarrow A) \downarrow B\} \downarrow \{(A \downarrow A) \downarrow B\}$
$F_{14}(A, B)$	1	1	1	0	$\{(A \downarrow A) \downarrow (B \downarrow B)\} \downarrow \{(A \downarrow A) \downarrow (B \downarrow B)\}$
$F_{15}(A, B)$	1	1	1	1	1

解答例 (論理演算の基本公式を用いて直接求めることもできるが、以下のように考えるとよい)

$$F_6(A, B) = \overline{F_1(A, B) + F_8(A, B)} = F_1(A, B) \downarrow F_8(A, B) = \{(A \downarrow A) \downarrow (B \downarrow B)\} \downarrow (A \downarrow B)$$

$$F_9(A, B) = \overline{F_2(A, B) + F_4(A, B)} = F_2(A, B) \downarrow F_4(A, B) = \{(A \downarrow A) \downarrow B\} \downarrow \{A \downarrow (B \downarrow B)\}$$

$$\begin{aligned} F_{14}(A, B) &= \overline{F_1(A, B)} = \overline{F_1(A, B) + F_1(A, B)} = F_1(A, B) \downarrow F_1(A, B) \\ &= \{(A \downarrow A) \downarrow (B \downarrow B)\} \downarrow \{(A \downarrow A) \downarrow (B \downarrow B)\} \end{aligned}$$

$$\text{【別解】 } F_{14}(A, B) = \overline{F_0(A, B) + F_1(A, B)} = F_0(A, B) \downarrow F_1(A, B) = 0 \downarrow \{(A \downarrow A) \downarrow (B \downarrow B)\}$$

考察：すでに埋まっている部分についてもチェックしておくこと。

考察：否定論理積 ($\mid$) の場合についても同様の表を作成しておくこと。

問 6 の別解答例 問 1 と同様に $\overline{A} = \overline{A + A} = A \downarrow A$ が成り立つことに注意して解答する。

$$\begin{aligned}
 F_6(A, B) &= A \oplus B \\
 &= (A + B) \cdot (\overline{A} + \overline{B}) && (\because \text{問 4 より}) \\
 &= \overline{\overline{(A + B)} \cdot \overline{(\overline{A} + \overline{B})}} && (\because \overline{\overline{A}} = A) \\
 &= \overline{(\overline{A + B}) + (\overline{\overline{A} + \overline{B}})} && (\because \text{ド・モルガンの定理}) \\
 &= (\overline{A + B}) \downarrow (\overline{\overline{A} + \overline{B}}) \\
 &= (A \downarrow B) \downarrow (\overline{A} \downarrow \overline{B}) \\
 &= (A \downarrow B) \downarrow \{(A \downarrow A) \downarrow (B \downarrow B)\} && (\because \overline{A} = A \downarrow A)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_9(A, B) &= \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B \\
 &= \overline{\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} + A \cdot B} && (\because \overline{\overline{A}} = A) \\
 &= \overline{(\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}) \cdot (\overline{A \cdot B})} && (\because \text{ド・モルガンの定理}) \\
 &= \overline{(\overline{\overline{A} + \overline{B}}) \cdot (\overline{A} + \overline{B})} && (\because \text{ド・モルガンの定理}) \\
 &= \overline{(A + B) \cdot (\overline{A} + \overline{B})} && (\because \overline{\overline{A}} = A) \\
 &= \overline{A \cdot \overline{A} + B \cdot \overline{A} + A \cdot \overline{B} + B \cdot \overline{B}} && (\because \text{分配律より}) \\
 &= \overline{\overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}} && (\because A \cdot \overline{A} = 0, A + 0 = A) \\
 &= (\overline{A} \cdot B) \downarrow (A \cdot \overline{B}) \\
 &= (\overline{\overline{\overline{A} \cdot B}}) \downarrow (\overline{\overline{A \cdot B}}) && (\because \overline{\overline{A}} = A) \\
 &= (\overline{\overline{A} + \overline{B}}) \downarrow (\overline{\overline{A} + \overline{B}}) && (\because \text{ド・モルガンの定理}) \\
 &= (\overline{A + \overline{B}}) \downarrow (\overline{\overline{A} + \overline{B}}) && (\because \overline{\overline{A}} = A) \\
 &= (A \downarrow \overline{B}) \downarrow (\overline{A} \downarrow B) \\
 &= \{(A \downarrow (B \downarrow B))\} \downarrow \{(A \downarrow A) \downarrow B\} && (\because \overline{A} = A \downarrow A)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{14}(A, B) &= \overline{\overline{A \cdot B}} \\
 &= \overline{A + \overline{B}} && (\because \text{ド・モルガンの定理}) \\
 &= \overline{\overline{\overline{A} + \overline{B}}} && (\because \overline{\overline{A}} = A) \\
 &= \overline{\overline{A} \downarrow \overline{B}} \\
 &= \overline{(A \downarrow A) \downarrow (B \downarrow B)} && (\because \overline{A} = A \downarrow A) \\
 &= \{(A \downarrow A) \downarrow (B \downarrow B)\} \downarrow \{(A \downarrow A) \downarrow (B \downarrow B)\} && (\because \overline{A} = A \downarrow A)
 \end{aligned}$$