第2章　2進数

2.1　10進数と r 進数

私達がふだん何気なく使っている数は**10 進数** (decimal numbers) で、0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 の 10 個の文字 (数字) を使って書き表します。例えば、10 進数 123.45 は

$$1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$$

を意味し、各位には 10 のベキ乗数である 10^2, 10^1, 10^0, 10^{-1}, 10^{-2} の重みが付加されています。この重みの基準となる数を**基数** (radix) と呼び、基数が 10 となるように数を表現する方法を **10 進法**[1] (decimal notation) と呼びます。なお、123.45 のように各位の重みを省略して書き表す方法を**位取り記数法**、$1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$ のように重みを付加して書き表す方法を**基数記数法** (radix numeration system) と呼びます。

これから学ぶコンピュータの世界では、コンピュータが直接扱うことのできる数、すなわち、基数を 2 として 0 と 1 の 2 個の数字を使って表す **2 進法** (binary notation) が基礎となります。例えば、2 進数 110 を基数記数法で表せば

$$110 = 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 \quad (=10\text{ 進数の } 6)$$

となり 10 進数の 6 であることがわかります。同様に、小数を含むような 2 進数 1011.101 も

$$1011.101 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3}$$

と基数記数法で表わせば、10 進数の 11.625 であることがわかります。また、10 進数の 0 から 10 までの数を **2 進数**[2] (binary numbers) で表すと表 2.1 のようになります。

[1] 10 進法によって表現された数を 10 進数と呼ぶ。
[2] 2 進法によって表現された数を 2 進数と呼ぶ。

10 進数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2 進数	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010

表 2.1: 10 進数と 2 進数の対応

情報科学の分野では、2 進法以外にもコンピュータで使用しやすく 10 進法に近く人間にも扱いやすい **8 進法**[3] (octal notation) や **16 進法**[4] (hexadecimal notation) がよく使われます (付録 A.1 参照)。なお、基数が 10 を越える場合[5]、数字だけでは数を表現する文字が足りないため、数字とアルファベットを使って書き表します。例えば、16 進数の場合、10, 11, 12, 13, 14, 15 に対応する文字として `A`, `B`, `C`, `D`, `E`, `F` を使って表します (表 2.2 参照)。

10 進数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
8 進数	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
16 進数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

表 2.2: 10 進数と 8 進数及び 16 進数の対応

以上をまとめると、一般の場合は次のようになります。

r 進数　**r 進法**によって表現された **r 進数**は、基数を r とし $0, 1, 2, \cdots, r-2, r-1$ の r 個の文字を使って書き表します。従って、r 進数 $a_n\ a_{n-1}\ \cdots\ a_1\ a_0\ .\ a_{-1}\ \cdots\ a_{-m}$ は

$$a_n \times r^n + a_{n-1} \times r^{n-1} + \cdots + a_1 \times r^1 + a_0 \times r^0 + a_{-1} \times r^{-1} + \cdots + a_{-m} \times r^{-m}$$

を意味します。ただし、$a_n, a_{n-1}, \cdots, a_1, a_0, a_{-1}, \cdots, a_{-m}$ は $0, 1, 2, \cdots, r-2, r-1$ のいずれかを取ります。前者は位取り記数法による表現で、後者は基数記数法による表現です。

【注意】16 進数 `123` を 10 進法に直すと 291 となり、10 進数 `123` とは異なった数になります。このテキストでは、r 進法によって表現された数 (r 進数) であることを明記するために、数の前に「r 進数」を付けて表すか、数の後ろに「`(`r`)`」を付けて表します。なお、省略されている場合は基本的に 10 進数として扱います。

10 進数の例:　10 進数 `12345`, `12345(10)`, `123`, `1000(10)`
2 進数の例:　2 進数 `1010.101`, `1010.101(2)`, `1000(2)`
8 進数の例:　8 進数 `1234`, `5670(8)`, `-246(8)`, `1000(8)`
16 進数の例:　16 進数 `7F`, `7F(16)`, `-F3.A(16)`, `1000(16)`

[3] 8 進法によって表現された数を **8 進数** (octal numbers) と呼ぶ。
[4] 16 進法によって表現された数を **16 進数** (hexadecimal numbers) と呼ぶ。
[5] このテキストでは 16 進数だけが当てはまります。

例題 1 2 進数 1010 を 10 進数に直しなさい。

解答例 $1010(2) = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 10(10)$

例題 2 0.1001(2) を 10 進数に直しなさい。

解答例 $0.1001(2) = 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} = 0.5625(10)$

例題 3 8 進数 123 を 10 進数に直しなさい。

解答例 $123(8) = 1 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 3 \times 8^0 = 83(10)$

例題 4 8 進数 0.17 を 10 進数に直しなさい。

解答例 $0.17(8) = 1 \times 8^{-1} + 7 \times 8^{-2} = 0.234375(10)$

例題 5 AF(16) を 10 進数に直しなさい。

解答例 $\mathrm{AF}(16) = 10 \times 16^1 + 15 \times 16^0 = 175(10)$

例題 6 16 進数 0.D を 10 進数に直しなさい。

解答例 $0.\mathrm{D}(16) = 13 \times 16^{-1} = 0.8125(10)$

問題 1 0.001(2), 0.01(2), 0.1(2), 1(2), 10(2), 100(2), 1000(2) をそれぞれ 10 進数に直しなさい。

問題 2 10100.101(2), 10.0101(2), 111111(2), 0.1111(2), 0.11111111(2) をそれぞれ 10 進数に直しなさい。

問題 3 0.001(8), 0.01(8), 0.1(8), 1(8), 10(8), 100(8), 1000(8) をそれぞれ 10 進数に直しなさい。

問題 4 0.1(8), 0.3(8), 0.5(8), 0.7(8), 0.11(8), 0.13(8), 0.15(8), 0.17(8) をそれぞれ 10 進数に直しなさい。

問題 5 B(16), D(16), F(16), F3(16), F9(16), FA(16), FC(16), FF(16) をそれぞれ 10 進数に直しなさい。

問題 6 0.B(16), 0.D(16), 0.F(16), 0.F3(16), 0.F9(16), 0.FA(16), 0.FC(16), 0.FF(16) をそれぞれ 10 進数に直しなさい。

問題 7 AB.1(16), 3D56(16), FFF(16), 0.0F(16), A3F9(16), 11FA(16), 3.FC(16), FF.FF(16) をそれぞれ 10 進数に直しなさい。

問題 8 16 進数で表すと 7BC 年 B 月 19 日生まれの人がいる。10 進数に直しなさい。

● 覚えましょう — 2 のベキ乗数 —

コンピュータは 2 進法を基準としており、情報科学を学ぶ際に 2 のベキ乗数を 10 進数で表した数が至る所で現れます。従って、下表のベキ指数 n が 0 から 10 ぐらいまでの 2 のベキ乗数 2^n の値は覚えておくようにしましょう。

n	2^n	n	2^n	n	2^n
-1	0.5	0	1	16	65536
-2	0.25	1	2	17	131072
-3	0.125	2	4	18	262144
-4	0.0625	3	8	19	524288
-5	0.03125	4	16	20	1048576
-6	0.015625	5	32	21	2097152
-7	0.0078125	6	64	22	4194304
-8	0.00390625	7	128	23	8388608
-9	0.001953125	8	256	24	16777216
-10	0.0009765625	9	512	25	33554432
-11	0.00048828125	10	1024	26	67108864
-12	0.000244140625	11	2048	27	134217728
-13	0.0001220703125	12	4096	28	268435456
-14	0.00006103515625	13	8192	29	536870912
-15	0.000030517578125	14	16384	30	1073741824
-16	0.0000152587890625	15	32768	31	2147483648

2.2　基数変換

r 進数から r' 進数に変換することを**基数変換** (radix transmission) と呼び、数の表現を r 進法から r' 進法に変換します。前節では 2 進数・8 進数・16 進数を 10 進数へ変換する方法を学びましたが、この節では、逆に、10 進数から 2 進数・8 進数・16 進数へ変換する方法を学びましょう。

まず、10 進数の整数と小数を 2 進数の整数と小数へ基数変換する方法を説明します。

整数部の変換　例として 10 進数 `91` を 2 進数に変換して見ましょう。計算方法 1 (計算方法 2) のように商が 0 になるまで繰り返し商を 2 で割り、各々で出た余りを下から順に並べることで 2 進数 `1011011` に変換されます。

● 計算方法 1

$$
\begin{array}{rrcc c}
 & & & \text{余り} & \\
91 \div 2 = & 45 & \cdots & 1 & \uparrow \\
45 \div 2 = & 22 & \cdots & 1 & \uparrow \\
22 \div 2 = & 11 & \cdots & 0 & \uparrow \\
11 \div 2 = & 5 & \cdots & 1 & \uparrow \\
5 \div 2 = & 2 & \cdots & 1 & \uparrow \\
2 \div 2 = & 1 & \cdots & 0 & \uparrow \\
1 \div 2 = & 0 & \cdots & 1 & \uparrow
\end{array}
$$

● 計算方法 2

$$
\begin{array}{r|r c c c}
2\,) & \underline{\;91} & & \text{余り} & \\
2\,) & \underline{\;45} & \cdots & 1 & \uparrow \\
2\,) & \underline{\;22} & \cdots & 1 & \uparrow \\
2\,) & \underline{\;11} & \cdots & 0 & \uparrow \\
2\,) & \underline{\;5} & \cdots & 1 & \uparrow \\
2\,) & \underline{\;2} & \cdots & 1 & \uparrow \\
2\,) & \underline{\;1} & \cdots & 0 & \uparrow \\
 & 0 & \cdots & 1 & \uparrow
\end{array}
$$

小数部の変換　例として 10 進数 `0.6875` を 2 進数に変換して見ましょう。計算方法 1 (計算方法 2) のように小数部が 0 になるまで繰り返し小数部を 2 で掛け、各々で出た積の整数部を上から順に並べることで 2 進数 `0.1011` に変換されます。

● 計算方法 1

$$
\begin{array}{rl c}
0.6875 \times 2 = & 1.375 & \downarrow \\
0.375 \times 2 = & 0.75 & \downarrow \\
0.75 \times 2 = & 1.5 & \downarrow \\
0.5 \times 2 = & 1.0 & \downarrow
\end{array}
$$

● 計算方法 2

$$
\begin{array}{lr c}
 & 0.6875 & \\
\underline{\times} & \underline{2} & \\
 & 1.375 & \downarrow \\
\underline{\times} & \underline{2} & \\
 & 0.75 & \downarrow \\
\underline{\times} & \underline{2} & \\
 & 1.5 & \downarrow \\
\underline{\times} & \underline{2} & \\
 & 1.0 & \downarrow
\end{array}
$$

なお、10 進数 `91.6875` のように整数部と小数部を持つ数については、図 2.1 のように整数部と小数部に分けてから、それぞれ 2 進数に変換し、合成することで基数変換を行うことができます。

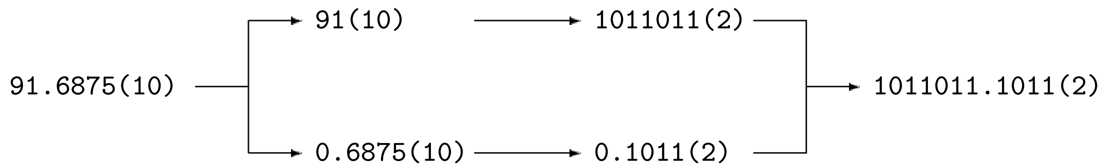

図 2.1: 整数部及び小数部を含む数の基数変換

では、なぜこのような手順に従って計算すると 2 進数に変換することがきるのでしょうか。考察してみることにしましょう。整数部の変換については、先ず、上記の各割り算の式を

$$\begin{aligned}
91 &= 45 \times 2 + 1 && \cdots \text{第 1 式} \\
45 &= 22 \times 2 + 1 && \cdots \text{第 2 式} \\
22 &= 11 \times 2 + 0 && \cdots \text{第 3 式} \\
11 &= 5 \times 2 + 1 && \cdots \text{第 4 式} \\
5 &= 2 \times 2 + 1 && \cdots \text{第 5 式} \\
2 &= 1 \times 2 + 0 && \cdots \text{第 6 式}
\end{aligned}$$

のように変形します。次に、第 1 式に第 2 式, 第 3 式, 第 4 式, 第 5 式, 第 6 式と代入して行くと

$$\begin{aligned}
91 &= 45 \times 2 + 1 \\
&= (22 \times 2 + 1) \times 2 + 1 \\
&= 22 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \\
&= (11 \times 2 + 0) \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \\
&= 11 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \\
&\vdots \qquad\qquad \vdots \\
&= 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \\
&= \texttt{1011011(2)}
\end{aligned}$$

となり、明らかに基数を 2 とした数の表現に変換されていることがわかります。従って、このような計算で 2 進数を求めることができるのです。小数部についても同様の考察によって変換の仕組みを理解することができます (問題 6)。

上記の考察から、10 進数を r 進数へ変換するには、基数 2 を基数 r に読み替えて計算すれば良いことがわかります。言い換えると、整数部では繰り返し基数 r で割り、小数部では繰り返し基数 r で掛けることによって r 進数に変換することができます。例として、10 進数 `91.6875` を 8 進数及び 16 進数へ変換する計算手順を挙げておきます。

8 進数へ変換

Step 2 (整数部)

$$\begin{aligned}
91 \div 8 &= 11 \cdots 3 \uparrow \\
11 \div 8 &= 1 \cdots 3 \uparrow \\
1 \div 8 &= 0 \cdots 1 \uparrow
\end{aligned}$$

`133(8)`

Step 3 (小数部)

$$\begin{aligned}
0.6875 \times 8 &= 5.5 \downarrow \\
0.5 \times 8 &= 4.0 \downarrow
\end{aligned}$$

`0.54(8)`

従って `133.54(8)`

16 進数へ変換

Step 2 (整数部)

$$\begin{aligned}
91 \div 16 &= 5 \cdots 11 \uparrow \\
5 \div 16 &= 0 \cdots 5 \uparrow
\end{aligned}$$

`5B(16)`

Step 3 (小数部)

$$0.6875 \times 16 = 11.0 \downarrow$$

`0.B(16)`

従って `5B.B(16)`

例題 1　10 進数 100 をそれぞれ 2 進数・8 進数・16 進数に直しなさい。

解答例

$$\begin{array}{rrcrl} 100 \div 2 = & 50 & \cdots & 0 & \uparrow \\ 50 \div 2 = & 25 & \cdots & 0 & \uparrow \\ 25 \div 2 = & 12 & \cdots & 1 & \uparrow \\ 12 \div 2 = & 6 & \cdots & 0 & \uparrow \\ 6 \div 2 = & 3 & \cdots & 0 & \uparrow \\ 3 \div 2 = & 1 & \cdots & 1 & \uparrow \\ 1 \div 2 = & 0 & \cdots & 1 & \uparrow \end{array}$$

1100100(2)

$$\begin{array}{rrcrl} 100 \div 8 = & 12 & \cdots & 4 & \uparrow \\ 12 \div 8 = & 1 & \cdots & 4 & \uparrow \\ 1 \div 8 = & 0 & \cdots & 1 & \uparrow \end{array}$$

144(8)

$$\begin{array}{rrcrl} 100 \div 16 = & 6 & \cdots & 4 & \uparrow \\ 6 \div 16 = & 0 & \cdots & 6 & \uparrow \end{array}$$

64(16)

例題 2　10 進数 0.1 を 2 進数に直しなさい。

解答例

$$\begin{array}{rrl} 0.1 \times 2 = & 0.2 & \downarrow \\ 0.2 \times 2 = & 0.4 & \downarrow \\ 0.4 \times 2 = & 0.8 & \downarrow \\ 0.8 \times 2 = & 1.6 & \downarrow \\ 0.6 \times 2 = & 1.2 & \downarrow \\ 0.2 \times 2 = & 0.4 & \downarrow \\ 0.4 \times 2 = & 0.8 & \downarrow \\ 0.8 \times 2 = & 1.6 & \downarrow \\ \vdots \quad \vdots & \vdots & \end{array}$$

答えは 0.0001100110011･･･(2) で、0011 が循環する循環小数となります。

*10 進数で実数として正しく表すことができても、2 進数で正しく表すことができるとは限りません。当然ですが、理由は 10 進数の基数には約数として 5 を含んでいますが、2 進数には含まれていないからです。数学的には 2 進数の分数で表すこともできますが、このテキストでは扱いませんので省略します。

次に、情報科学の分野でよく用いられる 2 進数・8 進数・16 進数の相互変換について学びましょう。コンピュータは 2 進数を直接扱いますが、人間は 10111001101 のように 0 と 1 の羅列によって表された数の大きさを直感的に理解するのは困難です。そのため、情報科学では 2 進数を 10 進数に近い 8 進数や 16 進数に変換して表すことがよくあります。8 進数や 16 進数は、基数が 2 のべき数のため 2 進数に関する性質を応用しやすく、2 進数・8 進数・16 進数間の基数変換を容易にします。

2 進数 $\Longleftrightarrow$8 進数　表 2.3 のように 8 進数の 1 桁は 2 進数の 3 桁に対応しています。このことを利用すると、2 進数から 8 進数への変換は、小数点を基準に 2 進数を 3 桁ずつに区切り、各 3 桁の 2 進数を対応する 1 桁の 8 進数に書き換えることによって実行されます。逆に、8 進数から 2 進数への変換は、8 進数の各桁を対応する 3 桁の 2 進数に書き換えることによって実行されます。

2 進数 $\Longleftrightarrow$16 進数　表 2.4 のように 16 進数の 1 桁は 2 進数の 4 桁に対応しており、8 進数と 16 進数の場合で異なるのは、3 桁が 4 桁になるということだけです。従って、2 進数から 16 進数への変換は、小数点を基準に 2 進数を 4 桁ずつに区切り、各 4 桁の 2 進数を対応する 1 桁の 16 進数に書き換えることによって実行されます。逆に、16 進数から 2 進数への変換は、16 進数の各桁を対応する 4 桁の 2 進数に書き換えることによって実行されます。

	2 進数	8 進数
0	000	0
1	001	1
2	010	2
3	011	3
4	100	4
5	101	5
6	110	6
7	111	7

表 2.3: 3 桁の 2 進数

	2 進数	16 進数
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

表 2.4: 4 桁の 2 進数

例として、先ほど計算した 2 進数 `1011011.1011` について 8 進数及び 16 進数へ基数変換を実行すると、以下のようになります。ただし、桁数を揃えるため適切に `0` を補います。

2 進数	001	011	011.	101	100
⇕	↕	↕	↕	↕	↕
8 進数	1	3	3 .	5	4

2 進数	0101	1011.	1011
⇕	↕	↕	↕
16 進数	5	B .	B

また、このような手順による変換が成り立つことは、容易に理解することができます。なぜなら、先ほどの 2 進数 1011011.1011 を小数点を基準に 3 桁ごとにまとめ、以下のような式変形を施すと

$$\begin{aligned}
\mathtt{1011011.1011(2)} &= 1\times 2^6+0\times 2^5+1\times 2^4+1\times 2^3+0\times 2^2+1\times 2^1+1\times 2^0 \\
&\quad +1\times 2^{-1}+0\times 2^{-2}+1\times 2^{-3}+1\times 2^{-4} \\
&= (0\times 2^8+0\times 2^7+1\times 2^6) \\
&\quad +(0\times 2^5+1\times 2^4+1\times 2^3) \\
&\quad\quad +(0\times 2^2+1\times 2^1+1\times 2^0) \\
&\quad\quad\quad +(1\times 2^{-1}+0\times 2^{-2}+1\times 2^{-3}) \\
&\quad\quad\quad\quad +(1\times 2^{-4}+0\times 2^{-5}+0\times 2^{-6}) \\
&= (0\times 2^2+0\times 2^1+1\times 2^0)\times 2^6 \\
&\quad +(0\times 2^2+1\times 2^1+1\times 2^0)\times 2^3 \\
&\quad\quad +(0\times 2^2+1\times 2^1+1\times 2^0)\times 2^0 \\
&\quad\quad\quad +(1\times 2^2+0\times 2^1+1\times 2^0)\times 2^{-3} \\
&\quad\quad\quad\quad +(1\times 2^2+0\times 2^1+0\times 2^0)\times 2^{-6} \\
&= (1)\times 8^2+(3)\times 8^1+(3)\times 8^0+(5)\times 8^{-1}+(4)\times 8^{-2} \\
&= \mathtt{133.54(8)}
\end{aligned}$$

となり、明らかに 8 進数に変換されていることがわかるからです。16 進数への変換についても、同様の考察から、直ちに成り立つことがわかります。

以上をまとめると図 2.2 のようになり、10 進数・2 進数・8 進数・16 進数の相互変換をスムーズに行うことができます。なお、8 進数から 16 進数への変換や 16 進数から 8 進数への変換は、一度 2 進数に直してから変換すると効率よく変換できます。

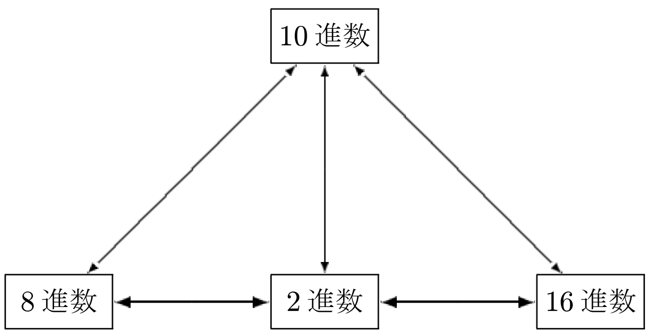

図 2.2: 10 進数・2 進数・8 進数・16 進数の相互変換

例題 3　2 進数 10110101 をそれぞれ 8 進数・16 進数に直しなさい。

解答例

2 進数	010	110	101		**2 進数**	1011	0101
⇕	↕	↕	↕		⇕	↕	↕
8 進数	2	6	5		**16 進数**	B	5

例題 4　16 進数 FFF を 8 進数に直しなさい。

解答例

16 進数	F	F	F		
⇕	↕	↕	↕		
2 進数	1111	1111	1111		2 進数に直し、
2 進数	111	111	111	111	3 桁に区切り直す
⇕	↕	↕	↕	↕	
8 進数	7	7	7	7	

問題 1　255(10), 1023(10) をそれぞれ 2 進数・8 進数・16 進数に直しなさい。

問題 2　240.9375(10) を 2 進数・8 進数・16 進数に直しなさい。

問題 3　1011101011(2), 10111.01011(2) を 8 進数及び 16 進数に直しなさい。

問題 4　734571(8), 231.6767(8) を 2 進数及び 16 進数に直しなさい。

問題 5　FFA.BCD(16), 0.A32D(16) を 2 進数及び 8 進数に直しなさい。

問題 6　小数部を繰り返し 2 で掛けることで、10 進数の小数部から 2 進数の小数部へ変換される理由を考察しなさい。

● コーヒーブレイク — 数の誕生 —

数の概念からそれを記憶しておくための文字である数字が生まれるまでは、他の文字の誕生より早かったと云われており、文明の発達と密接な関係を持ってきました。現在、幅広く使用されている 10 進数は、身体の一部である指などの数を基準に数え始められたものだと言われており、「handful (両手の指の本数の意味で 10)」や handful of handful (10 掛ける 10) から「hundred (100)」のような名残が数多く残っています。また、古代インドのヒンズー人が「0」という概念を発見したことは歴史的にも重要で、その後、アラビアを経由して広まった数の表現がシンプルなアラビア数字が、世界の最もポピュラーな数字となりました。

2.3　四則演算

r 進数の足し算・引き算・掛け算・割り算は、基数が r であることに注意すれば、10 進数の場合と同じように演算することができます。すなわち、1 繰り上がりや上の位から値を借りるとき 10 進数では 10 が基準となりますが、r 進数の場合は r が基準になるということです。各演算について簡単な例を挙げておきますので、計算してみてください。

例題 1　1110.011(2) + 101.11(2), 16.3(8) + 5.6(8), E.6(16) + 5.C(16) をそれぞれ計算しなさい。

解答例

```
     1110.011            16.3          E.6
+     101.11        +     5.6     +    5.C
-------------       ----------    ---------
   10100.001(2)          24.1(8)     14.2(16)
```

例題 2　1110.011(2) − 101.11(2), 16.3(8) − 5.6(8), E.6(16) − 5.C(16) をそれぞれ計算しなさい。

解答例

```
     1110.011            16.3          E.6
−     101.11        −     5.6     −    5.C
-------------       ----------    ---------
     1000.101(2)         10.5(8)       8.A(16)
```

例題 3　1110.011(2) × 101.11(2), 16.3(8) × 5.6(8), E.6(16) × 5.C(16) をそれぞれ計算しなさい。

解答例

```
        1110.011            16.3          E.6
×         101.11      ×      5.6     ×    5.C
----------------      ----------    ---------
        11 10011          12 62          A C8
       111 0011          107 7          47 E
      1110 011        ----------    ---------
     00000 00           122.52(8)     52.A8(16)
    111001 1
----------------
  1010010.10101(2)
```

例題 4　1110.011(2) ÷ 101.11(2), 16.3(8) ÷ 5.6(8), E.6(16) ÷ 5.C(16) をそれぞれ計算しなさい。

解答例

```
             10.1(2)           2.4(8)            2.8(16)
        ------------       ---------        ----------
 10111 ) 111001.1      56 ) 163         5C )  E6
         10111              134               B8
        ------------       ---------        ----------
           1011              27 0             2E 0
              0              27 0             2E 0
        ------------       ---------        ----------
           1011 1               0                0
           1011 1
        ------------
                0
```

$\boxed{\textbf{例題 5}}$　1110.011(2) × 10(2), 16.3(8) × 100(8), E.6(16) × 1000(16) をそれぞれ計算しなさい。

解答例　1110.011×10=11100.11(2)
16.3×100=1630(8)
E.6×1000=E600(16)

$\boxed{\textbf{例題 6}}$　1110.011(2) ÷ 1000(2), 16.3(8) ÷ 100(8), E.6(16) ÷ 10(16) をそれぞれ計算しなさい。

解答例　1110.011÷1000=1.110011(2)
16.3÷100=0.163(8)
E.6÷10=0.E6(16)

*例題 5 や例題 6 は、10 進数の場合と同様に 0 の個数だけ小数点の位置を移動すればよい。

私達は、小学生で掛け算九九を習うなど日頃から 10 進数に慣れ親しんでおり、10 進数の四則演算をスムーズに行うことができます。しかしながら、例題のような基数が異なる数の演算は思うように計算することができません。そこで、10 進数の掛け算九九に相当する 8 進数や 16 進数の掛け算表を作成することによって計算を行う際の手助けとしましょう。

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2		4	6	10	12	14	16
3			11	14	17	22	25
4				20	24	30	34
5					31	36	43
6						44	52
7							61

表 2.5: 8 進数の掛け算表

問題 1　A = 11001.111(2), B = 1011.1(2) とする。$A+B$, $A-B$, $A\times B$, $A\div B$ を計算し、それぞれ 2 進数で答えなさい。

問題 2　表 2.5 の 8 進数の掛け算表を利用して 234(8) × 56(8), 41117(8) ÷ 54(8) を計算し、それぞれ 8 進数で答えなさい。

問題 3　表 2.5 の 8 進数の掛け算表に習って、以下の 16 進数の掛け算表を完成させなさい。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2		4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3															
4															
5															
6															
7															
8															
9															
A															
B															
C															
D															
E															
F															

表 2.6: 16 進数の掛け算表

問題 4　表 2.6 の 16 進数の掛け算表を利用して 5AC(16) $\times$ F3(16), 62986E(16) $\div$ 9BA(16) を計算し、それぞれ 16 進数で答えなさい。

● コーヒーブレイク — 九九 —
日本では、掛け算九九を言葉遊びとして用いた歌が万葉集で歌われるなど、古くから掛け算や割り算が普及していました。例としては、「二二」と書いて「し」と読ませたり、「重二」を「し」、「二五」を「とを」、「十六」を「しし」、「八十一」を「くく」などと読ませていました。

平安朝の 970 年には、源為憲という人が七歳の長男のために作った教科書の中に九九があり、いまとは逆に九九 (八十一) から始まって一一 (一) で終わっていました。その中には、「いろは歌」の先駆けというべき 47 文字の歌があり、読み書き・そろばんの原型になっています。