

2016 年度 プログラミングⅠ レポート 10

学生用

学籍番号：_____

氏名：_____

下記の注意事項を守り、次ページ以降の問いに答え、レポートを完成させなさい。

提出期限：2016 年 6 月 27 日 (月) 16:30 まで

提出場所：理学部棟 正面玄関内に設置のレポートボックス

注意事項：

- (1) このページを印刷し、必要事項を記入の上 (学籍番号欄と氏名欄は2箇所あるので忘れずに記入すること)、レポートの表紙として提出すること。
- (2) コンピュータ端末室を利用する場合は、情報システム利用ガイドラインを厳守すること。特に、コンピュータ端末室では飲食禁止である。
- (3) クラスメイトのレポートを参考にしたり、クラスメイトと協力してレポートを作成した場合は、教員控の協力者氏名欄にクラスメイトの氏名を記入すること。これらの場合も、自分の言葉で表現し直すこと。コピー禁止。
- (4) プログラミングⅠについて、あなたの声を聞かせてください (教員控の意見・質問欄に記入のこと)。気軽にどうぞ (成績には一切影響しません)。

出題者：幸山 直人

出題日：2016 年 6 月 22 日 (水)

----- 切り取り線 -----

2016 年度 プログラミングⅠ レポート 10

教員控

学籍番号：_____

氏名：_____

協力者氏名：_____, _____, _____

レポート作成に要した時間：_____. _____ 時間

意見・質問：

問 1 $\sum_{i=1}^n 2i - 1 = n^2$ を使って、13 の平方根の近似値を小数第 5 位まで求めなさい。

解答例 13 の平方根の整数部分は

$$13 = (1 + 3 + 5) + 4 = \{1 + 3 + (2 \cdot 3 - 1)\} + 4 = 3^2 + 4$$

より、3 となる。両辺を 100 倍することで、

$$\begin{aligned} 1300 &= (30)^2 + 400 \\ &= (30)^2 + (2 \cdot 31 - 1) + (2 \cdot 32 - 1) + (2 \cdot 33 - 1) \\ &\quad + (2 \cdot 34 - 1) + (2 \cdot 35 - 1) + (2 \cdot 36 - 1) + 4 \\ &= (36)^2 + 4 \end{aligned}$$

が得られ、小数第 1 位までの 13 の平方根の近似値 3.6 が求まる。同様に、小数第 5 位までの 13 の平方根の近似値を求めると

$$\begin{aligned} 130000 &= (360)^2 + 400 \\ &= (360)^2 + \underline{0} + 400, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 13000000 &= (3600)^2 + 40000 \\ &= (3600)^2 + (2 \cdot 3601 - 1) + (2 \cdot 3602 - 1) + (2 \cdot 3603 - 1) \\ &\quad + (2 \cdot 3604 - 1) + (2 \cdot 3605 - 1) + 3975 \\ &= (3605)^2 + 3975, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1300000000 &= (36050)^2 + 397500 \\ &= (36050)^2 + (2 \cdot 36051 - 1) + (2 \cdot 36052 - 1) + (2 \cdot 36053 - 1) \\ &\quad + (2 \cdot 36054 - 1) + (2 \cdot 36055 - 1) + 36975 \\ &= (36055)^2 + 36975, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 130000000000 &= (360550)^2 + 3697500 \\ &= (360550)^2 + (2 \cdot 360551 - 1) + (2 \cdot 360552 - 1) + (2 \cdot 360553 - 1) \\ &\quad + (2 \cdot 360554 - 1) + (2 \cdot 360555 - 1) + 91975 \\ &= (360555)^2 + 91975 \end{aligned}$$

となる。以上より、小数第 5 位までの 13 の平方根の近似値は 3.60555 である。

問 2 3つの正の整数 123, 456, 789 について、ユークリッドの互除法 $\gcd(x, y)$ のみを使って 3 つの正の整数の最大公約数 $\gcd(123, 456, 789)$ を求めなさい。ただし、3 つの正の整数の最大公約数は $\gcd(123, 456, 789) = \gcd(\gcd(123, 456), 789)$ によって与えられる。

注意：計算過程を丁寧に描くこと。

解答例 3 つの正の整数 123, 456, 789 の最大公約数 $\gcd(123, 456, 789)$ を求める。

$$\begin{aligned}\gcd(123, 456, 789) &= \gcd(\gcd(123, 456), 789) \\ &= \gcd(\gcd(456, 123), 789) && \leftarrow \text{交換が起こる} \\ &= \gcd(\gcd(123, 87), 789) \\ &= \gcd(\gcd(87, 36), 789) \\ &= \gcd(\gcd(36, 15), 789) \\ &= \gcd(\gcd(15, 6), 789) \\ &= \gcd(\gcd(6, 3), 789) \\ &= \gcd(\gcd(3, 0), 789) && \leftarrow y = 0 \\ &= \gcd(3, 789) \\ &= \gcd(789, 3) && \leftarrow \text{交換が起こる} \\ &= \gcd(3, 0) && \leftarrow y = 0 \\ &= 3\end{aligned}$$

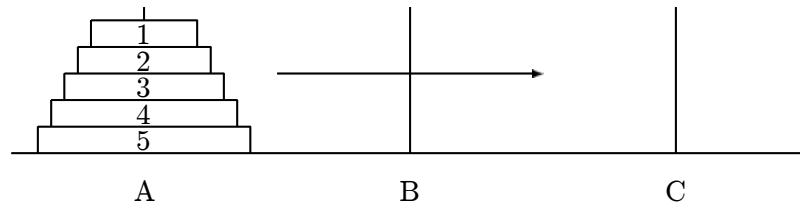
考察：任意の正の整数 a, b, c に対して、これら 3 つの正の整数の最大公約数 $\gcd(a, b, c)$ がユークリッドの互除法 $\gcd(x, y)$ を用いて $\gcd(\gcd(a, b), c)$ で与えられることを証明しなさい。

考察：2 つの整数 x, y の最小公倍数 (least common multiple) を求める関数 $\text{lcm}(x, y)$ は

$$\text{lcm}(x, y) = \frac{x \cdot y}{\gcd(x, y)}$$

によって与えられる。では、3 つの整数 a, b, c の最小公倍数を求める関数 $\text{lcm}(a, b, c)$ は、どのように定義すればよいか考えてみましょう。

問 3 5 枚の円盤の場合のハノイの塔について、以下の空欄を埋め、円盤の最小移動手順を書き下しなさい (最小移動回数 $2^5 - 1 = 31$)。

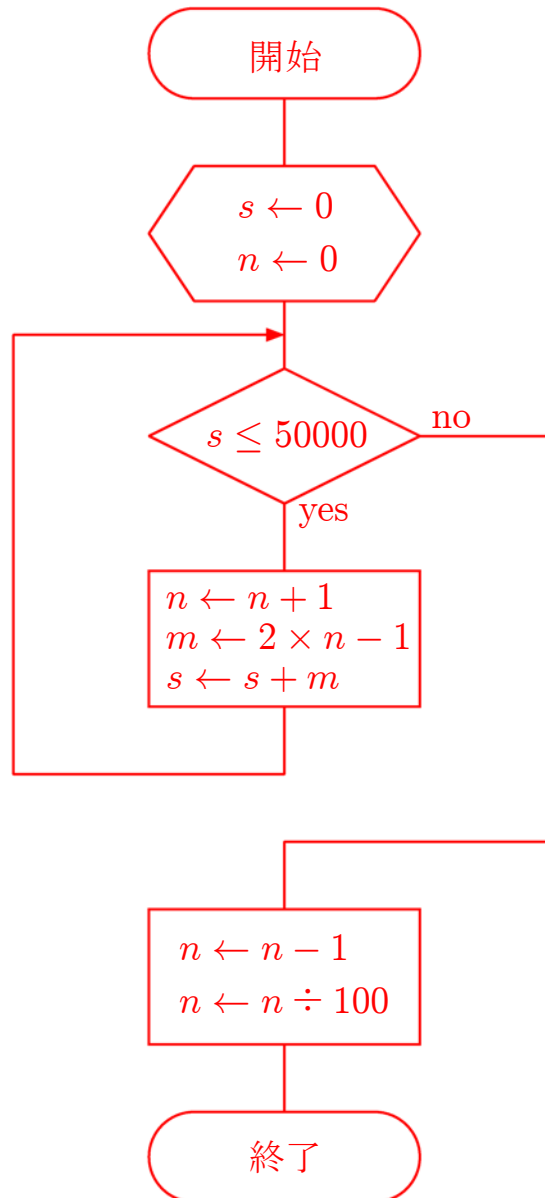


最短手順：

- Step 01: 棒 **A** の円盤 **1** を棒 **C** に移動する。
 Step 02: 棒 **A** の円盤 **2** を棒 **B** に移動する。
 Step 03: 棒 **C** の円盤 **1** を棒 **B** に移動する。
 Step 04: 棒 **A** の円盤 **3** を棒 **C** に移動する。
 Step 05: 棒 **B** の円盤 **1** を棒 **A** に移動する。
 Step 06: 棒 **B** の円盤 **2** を棒 **C** に移動する。
 Step 07: 棒 **A** の円盤 **1** を棒 **C** に移動する。
 Step 08: 棒 **A** の円盤 **4** を棒 **B** に移動する。
 Step 09: 棒 **C** の円盤 **1** を棒 **B** に移動する。
 Step 10: 棒 **C** の円盤 **2** を棒 **A** に移動する。
 Step 11: 棒 **B** の円盤 **1** を棒 **A** に移動する。
 Step 12: 棒 **C** の円盤 **3** を棒 **B** に移動する。
 Step 13: 棒 **A** の円盤 **1** を棒 **C** に移動する。
 Step 14: 棒 **A** の円盤 **2** を棒 **B** に移動する。
 Step 15: 棒 **C** の円盤 **1** を棒 **B** に移動する。
 Step 16: 棒 **A** の円盤 **5** を棒 **C** に移動する。
 Step 17: 棒 **B** の円盤 **1** を棒 **A** に移動する。
 Step 18: 棒 **B** の円盤 **2** を棒 **C** に移動する。
 Step 19: 棒 **A** の円盤 **1** を棒 **C** に移動する。
 Step 20: 棒 **B** の円盤 **3** を棒 **A** に移動する。
 Step 21: 棒 **C** の円盤 **1** を棒 **B** に移動する。
 Step 22: 棒 **C** の円盤 **2** を棒 **A** に移動する。
 Step 23: 棒 **B** の円盤 **1** を棒 **A** に移動する。
 Step 24: 棒 **B** の円盤 **4** を棒 **C** に移動する。
 Step 25: 棒 **A** の円盤 **1** を棒 **C** に移動する。
 Step 26: 棒 **A** の円盤 **2** を棒 **B** に移動する。
 Step 27: 棒 **C** の円盤 **1** を棒 **B** に移動する。
 Step 28: 棒 **A** の円盤 **3** を棒 **C** に移動する。
 Step 29: 棒 **B** の円盤 **1** を棒 **A** に移動する。
 Step 30: 棒 **B** の円盤 **2** を棒 **C** に移動する。
 Step 31: 棒 **A** の円盤 **1** を棒 **C** に移動する。

問 4 テキスト 82 ページの「図 5.5: 5 の平方根を小数第 2 位まで求める流れ図」における繰り返し (後判定) を繰り返し (前判定) の流れ図に書き換えなさい。

解答例 繰り返しが前判定の流れ図は以下ようになる。



問 5 テキスト 83 ページの「図 5.6: 正の整数 x, y の最大公約数を求める流れ図」における繰り返し (前判定) を繰り返し (後判定) の流れ図に書き換えなさい。

解答例 繰り返しが前判定の流れ図は以下ようになる。

