

2019 年度 情報数理特論 B 練習問題 1

学籍番号 : _____

氏名 : _____

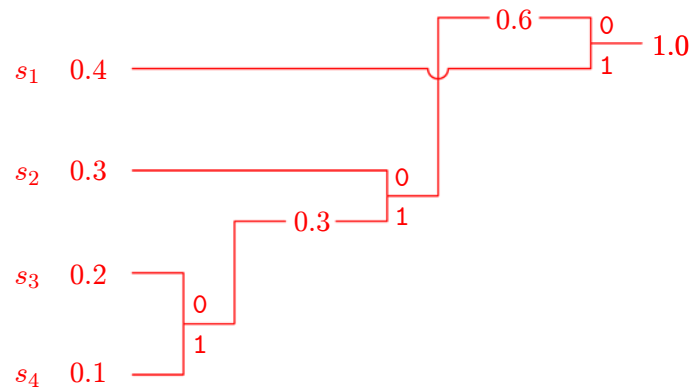
問題の質問や不明な点は、授業終了後またはオフィスアワーを利用して、質問してください。

出題者 : 幸山 直人
出題日 : 2019 年 4 月 23 日 (火)

問 1 ある情報源 S から発生する 4 種類の通報について、次の (1)～(3) の問いに答えなさい。
ただし、情報源 S から発生する 4 種類の通報に対応する情報源記号をそれぞれ s_1, s_2, s_3, s_4 とし、その生起確率をそれぞれ $p(s_1) = 0.4, p(s_2) = 0.3, p(s_3) = 0.2, p(s_4) = 0.1$ とする。

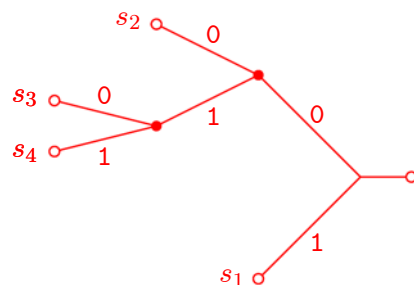
(1) テキストの 12 ページに習って、「(a) 構成法」, 「(b) 符号の木」 および 「(c) 符号」 をそれぞれ描きなさい (Huffman の符号化法 I を用いて情報源 S を符号化しなさい)。

解答例 情報源 S に対して Huffman の符号化法 I を適用する。



(a) 構成法

上記の「(a) 構成法」より、「(b) 符号の木」 および 「(c) 符号」 は以下の通りである。



(b) 符号の木

s_1 (1)
 s_2 (00)
 s_3 (010)
 s_4 (011)

(c) 符号

(2) (1) で求めた符号の平均符号長 L を求めなさい。

解答例 (1) より、情報源記号 s_1, s_2, s_3, s_4 の符号長はそれぞれ $l_1 = 1, l_2 = 2, l_3 = 3, l_4 = 3$ であるから、平均符号長 L は、

$$L = \sum_{i=1}^4 l_i p_i = \sum_{i=1}^4 l_i p(s_i) = 1 \times 0.4 + 2 \times 0.3 + 3 \times 0.2 + 3 \times 0.1 = 1.9 \text{ (ビット)}$$

である。

(3) 情報源 S を 2 進符号に符号化したとき、平均符号長の下限 $H(S)$ を四捨五入により小数点以下第 2 位まで求めなさい。

解答例 平均符号長の下限 $H(S)$ は

$$\begin{aligned} H(S) &= - \sum_{i=1}^4 p(s_i) \log_2 p(s_i) \\ &= - (0.4 \log_2 0.4 + 0.3 \log_2 0.3 + 0.2 \log_2 0.2 + 0.1 \log_2 0.1) \\ &= 1.846439 \dots \quad \leftarrow \text{小数点以下第 3 位を四捨五入する} \\ &\doteq 1.85 \text{ (ビット)} \end{aligned}$$

である。

【重要】 平均符号長の下限 $H(S)$ は、Huffman の符号化法 I と II を繰り返し適用することによって得られる。また、情報量は平均符号長の下限 $H(S)$ によって定義される。

問 2 長さ 1, 3, 3, 3, 3, 4, 4 の符号語からなる 2 元符号について、瞬時に復元可能な符号を構成できるか調べなさい。

解答例 Kraft の不等式を満たせば瞬時に復号可能な符号が存在するが、計算すると

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^7 2^{-l_i} &= 2^{-1} + 2^{-3} + 2^{-3} + 2^{-3} + 2^{-3} + 2^{-4} + 2^{-4} \\ &= \frac{9}{8} > 1 \end{aligned}$$

となり、条件を満たさない。したがって、瞬時に復号可能な符号を構成することはできない。