

2019 年度 情報数理特論 B 練習問題 2

学籍番号 : _____

氏名 : _____

問題の質問や不明な点は、授業終了後またはオフィスアワーを利用して、質問してください。

出題者 : 幸山 直人
出題日 : 2019 年 5 月 14 日 (火)

問 1 サイコロ (正 6 面体) を 2 個振ったときの出目の合計について次の (1)~(2) の問いに答えなさい。

(1) 出目の合計が 7 であることを知ったときの自己情報量を四捨五入により小数点以下第 2 位まで求めなさい。

解答例 出目が (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1) のとき合計が 7 となるから、自己情報量は

$$\begin{aligned} I(7) &= -\log_2 \frac{6}{36} \\ &= \log_2 6 = \log_2 2 + \log_2 3 = 1 + \log_2 3 \\ &= 2.584962 \cdots \quad \leftarrow \text{小数点以下第 3 位を四捨五入する} \\ &\div 2.58 \text{ (ビット)} \end{aligned}$$

である。

(2) この排反な確率事象系の平均情報量を四捨五入により小数点以下第 2 位まで求めなさい。

解答例 この排反な確率事象系を A とおくと、それぞれの確率は

$$A = \left\{ \begin{array}{cccccccccccc} \frac{2}{36} & \frac{3}{36} & \frac{4}{36} & \frac{5}{36} & \frac{6}{36} & \frac{7}{36} & \frac{8}{36} & \frac{9}{36} & \frac{10}{36} & \frac{11}{36} & \frac{12}{36} \\ \frac{1}{36} & \frac{2}{36} & \frac{3}{36} & \frac{4}{36} & \frac{5}{36} & \frac{6}{36} & \frac{5}{36} & \frac{4}{36} & \frac{3}{36} & \frac{2}{36} & \frac{1}{36} \end{array} \right\}$$

となるから、平均情報量 (自己情報量の期待値) は

$$\begin{aligned} H(A) &= -\sum_{i=1}^{11} p(i+1) \log_2 p(i+1) \\ &= -2 \left(\frac{1}{36} \log_2 \frac{1}{36} + \frac{2}{36} \log_2 \frac{2}{36} + \frac{3}{36} \log_2 \frac{3}{36} + \frac{4}{36} \log_2 \frac{4}{36} + \frac{5}{36} \log_2 \frac{5}{36} \right) - \frac{6}{36} \log_2 \frac{6}{36} \\ &= -\frac{2}{36} \left(\log_2 \frac{1}{36} + 2 \log_2 \frac{2}{36} + 3 \log_2 \frac{3}{36} + 4 \log_2 \frac{4}{36} + 5 \log_2 \frac{5}{36} + 3 \log_2 \frac{6}{36} \right) \\ &= -\frac{1}{18} \left(\log_2 \frac{1}{36} + \log_2 \frac{2^2}{36^2} + \log_2 \frac{3^3}{36^3} + \log_2 \frac{4^4}{36^4} + \log_2 \frac{5^5}{36^5} + \log_2 \frac{6^3}{36^3} \right) \\ &= -\frac{1}{18} \log_2 \frac{2^2 \cdot 3^3 \cdot 4^4 \cdot 5^5 \cdot 6^3}{36^{18}} = -\frac{1}{18} \log_2 \frac{5^5}{2^{23} \cdot 3^{30}} \\ &= -\frac{1}{18} (5 \log_2 5 - 23 \log_2 2 - 30 \log_2 3) = -\frac{1}{18} (5 \log_2 5 - 23 - 30 \log_2 3) \\ &= 3.274401 \cdots \quad \leftarrow \text{小数点以下第 3 位を四捨五入する} \\ &\div 3.27 \text{ (ビット)} \end{aligned}$$

である。