

2019 年度 情報数理特論 B 練習問題 5

学籍番号 : _____

氏名 : _____

問題の質問や不明な点は、授業終了後またはオフィスアワーを利用して、質問してください。

出題者 : 幸山 直人
出題日 : 2019 年 7 月 2 日 (火)

問 1 次の (1)～(5) の問いに答え、 $\text{GF}(2^4)$ 上の 3 個の誤りが訂正可能な $[15, 9]$ RS 符号の受信語

$$\mathbf{y} = (\alpha^4, \alpha^7, 1, 0, 0, \alpha^{11}, \alpha, \alpha^{12}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

の誤りの検出と訂正を行い、推定情報 $\hat{\mathbf{i}}$ を求めなさい ($q = 2^4, m = 1, t = 3$)。ただし、 α を $\text{GF}(2^4)$ の原始多項式 $x^4 + x + 1 (= 0)$ の 1 つの根とし、生成多項式 $G(x)$ を

$$G(x) = (x - \alpha^0)(x - \alpha^1)(x - \alpha^2)(x - \alpha^3)(x - \alpha^4)(x - \alpha^5)$$

とする。

(1) 受信語 $\mathbf{y} = (y_0, y_1, y_2, \dots, y_{14})$ の多項式表現された受信語 $Y(x)$ を

$$Y(x) = y_0 + y_1x + y_2x^2 + \dots + y_{14}x^{14}$$

で表すとき、シンδροーム $S_i = Y(\alpha^i)$ ($i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$) を求めなさい。

(2) 3 個の誤り位置を k_1, k_2, k_3 とし、それぞれの誤りの値 (大きさ) を $a_{k_1}, a_{k_2}, a_{k_3}$ とするとき、シンδροーム S_i ($i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$) は

$$S_i = a_{k_1}(\alpha^i)^{k_1} + a_{k_2}(\alpha^i)^{k_2} + a_{k_3}(\alpha^i)^{k_3}$$

と表すことができる。また、誤り位置多項式 $\sigma(x)$ を

$$\sigma(x) = (x - \alpha^{k_1})(x - \alpha^{k_2})(x - \alpha^{k_3}) = x^3 + \sigma_1 x^2 + \sigma_2 x + \sigma_3$$

と定義する。このとき、 $S_2\sigma_1, S_3\sigma_1, S_4\sigma_1$ それぞれを $S_0, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$ および $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ で表しなさい。

(3) (1), (2) を利用して誤り位置 k_1, k_2, k_3 ($k_1 < k_2 < k_3$) を求めなさい。ただし、誤り位置の個数が 3 個以下の場合は、 k の添え字の小さい順に誤り位置を割り当てなさい。

(4) (1), (2), (3) の結果を用いて、誤り位置 k_1, k_2, k_3 における誤りの値 $a_{k_1}, a_{k_2}, a_{k_3}$ を求めるために必要な連立 1 次方程式を求めなさい。さらに、この連立 1 次方程式を解き、 $a_{k_1}, a_{k_2}, a_{k_3}$ を求めなさい。ヒント：誤りの値は $\alpha, \alpha^{10}, \alpha^{12}$ のいずれかである。

(5) (3), (4) の結果を用いて、誤りパターン $\mathbf{e} = (e_0, e_1, e_2, \dots, e_{14})$ を求め、受信語 $\mathbf{y}$ の誤りを訂正し、推定情報 $\hat{\mathbf{i}}$ を求めなさい。