

1 計算機と Mathematica

1.1 Mathematica について

Mathematica¹ というソフトウェアは、様々な OS² に移植され、様々な計算機で利用できます。Mathematica の大きな利点は、数学の分野では特に重要視されている精度問題について、気にすることなく正確な値を求めてくれます。また、数多くの組み込み関数とパッケージによって手軽に様々な演算やグラフィックス表示を行うことができます。

1.2 計算機の性能と環境

数値計算を行ううえで、計算機の性能は重要視されます。今回使用される計算機は、IBM 製の Personal Computer 340 という DOS/V マシンで性能と環境は以下のようになっています。

CPU	Pentium 133MHz
2次キャッシュ	なし
メインメモリ	32MB
バスクロック	66MHz
OS	OS/2 Warp Ver4

1.3 計算機の利用方法

1.3.1 始めから Mathematica の立ち上げまで

1. 「ディスプレイ」の電源を入れ、次にコンピュータ「本体」の電源を入れます。
2. 「WIN95」と「WARP」の選択画面が表われますがデフォルトが「WARP」なのでそのまま RETURN キーを押します。
3. しばらくすると OS/2 Warp が立ち上がり「Audio Drive」と「LAN ログオン」のウィンドウが開きます。まず、ウィンドウ



について をクリックします。

4. 続いて「LAN ログオン」のウィンドウについて、本体の正面の左側に貼ってあるシー

¹ ウルフラム (Wolfram) 社の数学やその他の応用のための汎用ソフトウェア

² Operating System : AIX, Linux, MacOS, OS/2, SunOS, Windows95, WindowsNT, etc

ルの「HOST NAME : sci???' —???は使用しているコンピュータのオリジナル番号—と印刷されている部分を見て下さい。「ユーザー ID」については「SCI???'U」となっているか確認し、「パスワード」についてはPWSCI???'と入力し、「ドメイン名」については「SCIDOM01」となっているか確認して下さい。なお、「パスワード」の欄は入力した文字が見えないようになっており、*で置き換えられて表示されます。

LAN ログオン

注: パスワードは表示されません。

検査: ドメイン

ユーザー ID | SCI???'U |

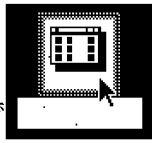
パスワード | ***** |

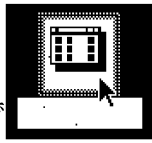
ドメイン名 | SCIDOM01 |

正しくできたか確認して **RETURN** キーを押して下さい。正しければ「ログオンは成功しました。」というメッセージウインドウが表示され消えます。誤っていれば再度「LAN ログオン」のウインドウが開き訂正を促します。

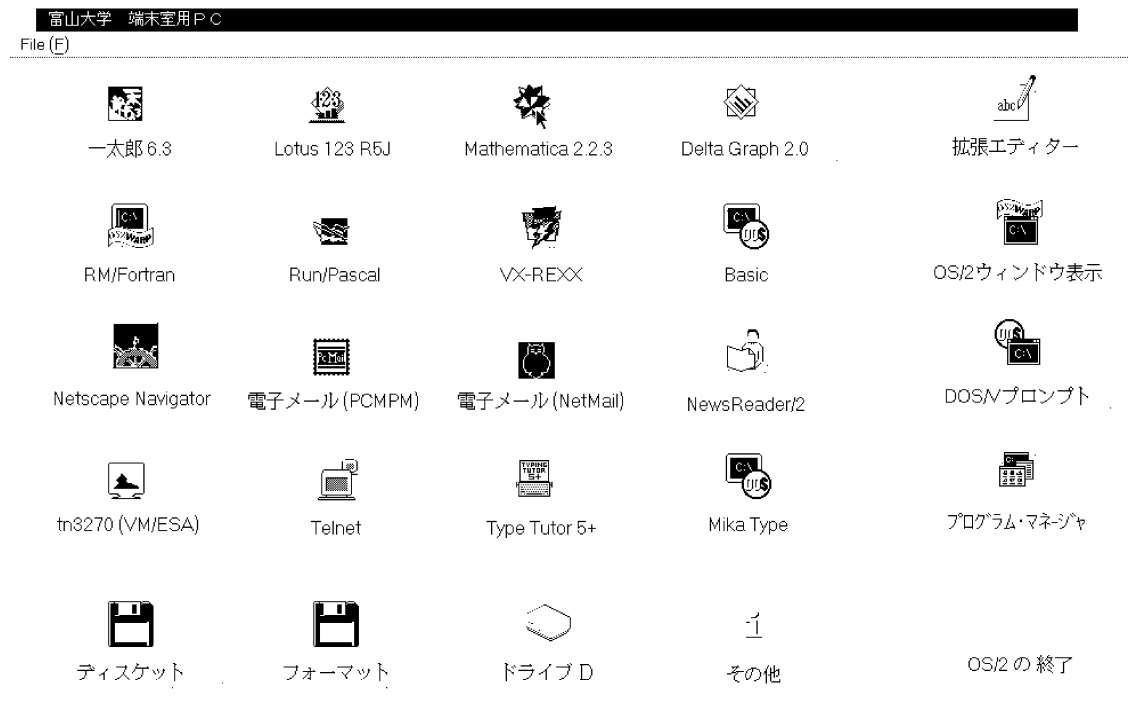
5. 次のような画面になります。





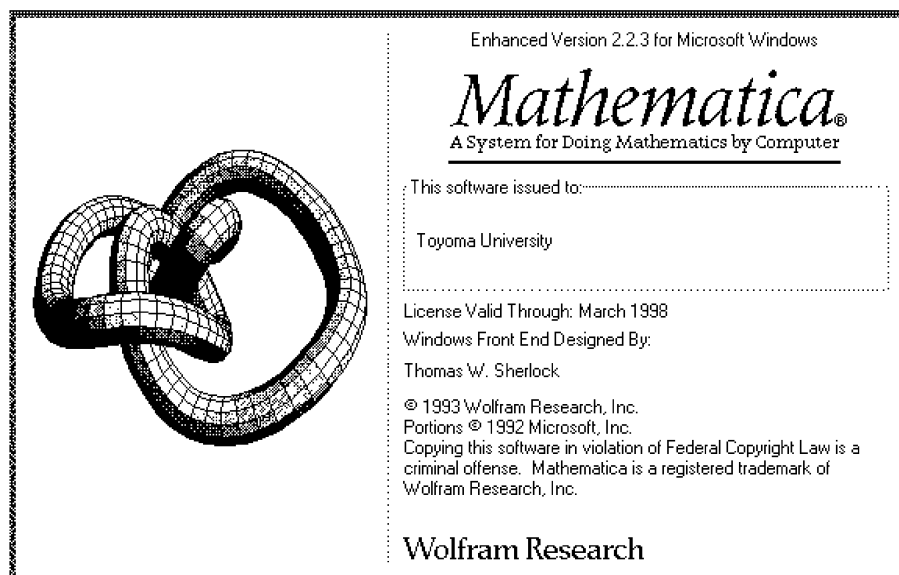
ここで  をダブルクリックします。

6. 次のようなウィンドウが開きます。

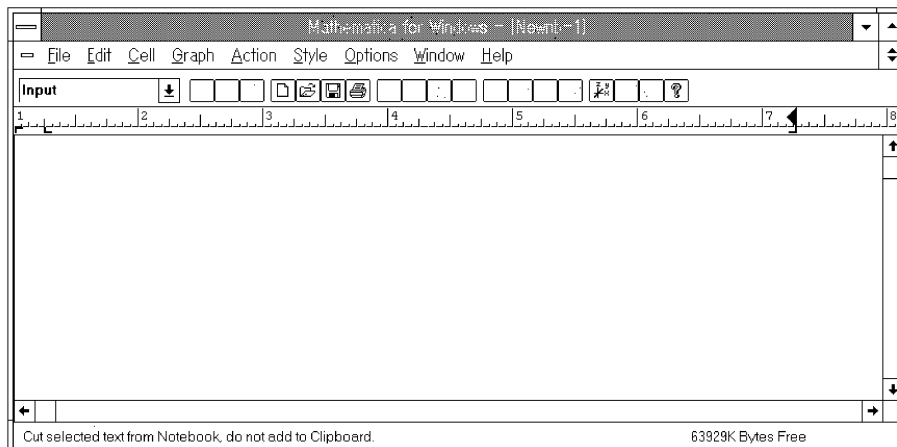


ここで Mathematica 2.2.3 をクリックします。

7. 次のような画面があらわれ Mathematica が起動します。





8. 次のような画面があらわれ Mathematica が使える状態になります。



1.3.2 Mathematica の終了から終わりまで

1. Mathematica の「File」をクリックしたままドラッグして「Exit」の所で離します。Mathematica が終了します—File が保存されてないと保存の確認のウインドウが表示されます—。

2. 「メニュー」の OS/2 の 終了 をクリックすると  が表示されるので  をクリックします。OS/2 システムの終了処理作業が開始されるので、しばらくお待ちください。

3. 「OS/2 システムの終了処理が終わりました。コンピューターの電源を切るか、Ctrl + Alt + Del で再始動してください。」というメッセージウインドウが表示されたら、コンピュータ「本体」の電源を切り、次に「ディスプレイ」の電源を切ってください。これで終わりです。

2 Mathematica の使い方

このテキストでは解りやすくするために `_` はスペースを、 `(Shift)+↵` は SHIFT キーを押しながら RETURN を押すことを表わします。

2.1 Mathematica の計算の仕組

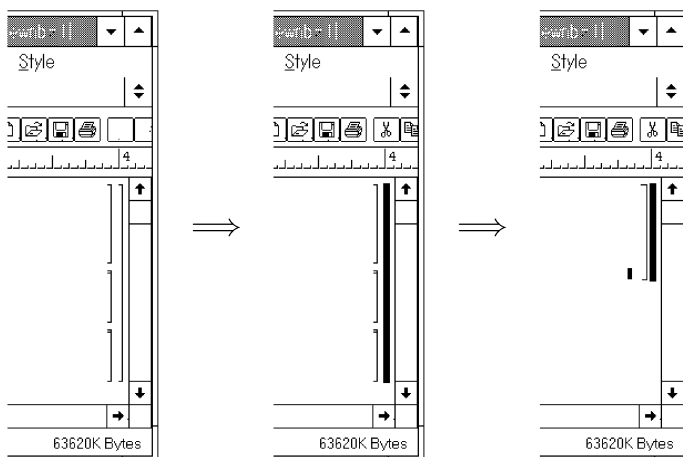
Mathematica は、利用者が直接扱う「ノートブック」と実際に計算をする「カーネル」に分かれています。そのため、ノートブックに入力されたプログラムに対してカーネルに処理をなさいと伝えるため、 `(Shift)+↵` を押します。

また、カーネルは入力や出力に対して番号を割り当てノートブックに結果を返します。その際、m 番目の入力に対しては「In[m]:=」を付加し、n 番目の出力に対しては「Out[m]=」を付加して表示します。ただし、1 度に複数の結果を求める時は、複数個の番号が割り当

てられ複数個の「Out[]=」が表示されます。そして、ウインドウの右側には1つの入力に対して「`]`」、1つの出力に対して「`]`」でそれぞれ囲まれ、そのような塊を「セル」と呼びます—図は2.3 Mathematicaの使い方の練習を参照—。

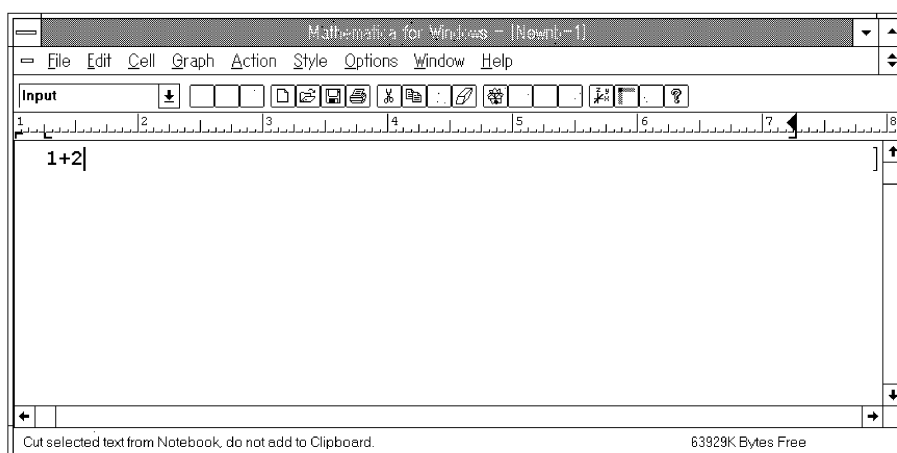
2.2 セルの操作

1. 「`]`」の上でクリックすると「`]`」となり「セル」が選択されます。
2. 左の「セル」ほど塊が小さく、逆に右の「セル」ほど塊が大きくなります。塊が大きな「セル」に対してダブルクリックすると、図のように小さく表示することが出来ます。

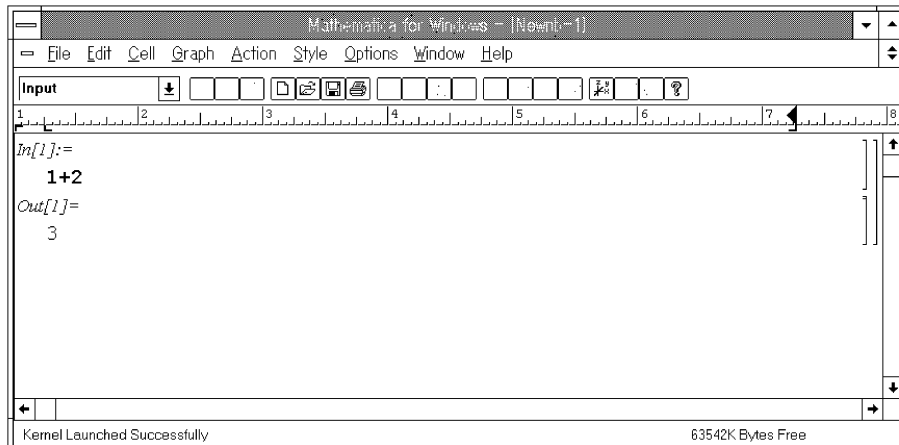


2.3 Mathematicaの使い方の練習

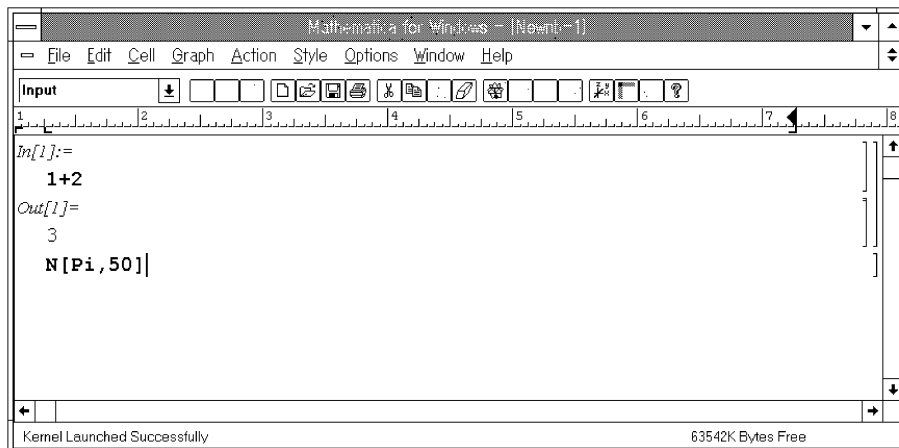
1 + 2 を Mathematica で計算してみましょう。次のように入力してください。



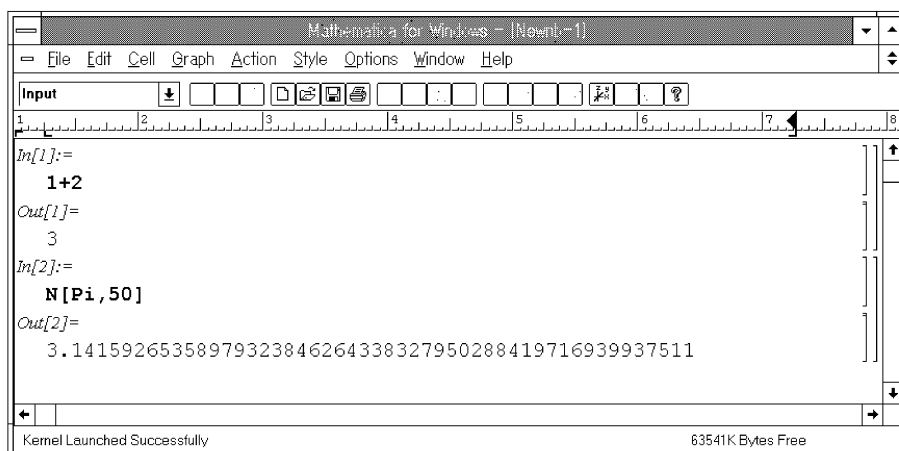
次に計算を実行させるため、`(Shift)+Enter`を押します。すると Mathematica は計算を行い下図のようになります。



もう一つ練習しておきます。 π を50桁まで Mathematica で計算してみましょう。続けて次のように入力してください。



次に計算を実行させるため、**(Shift)+Enter**を押します。すると Mathematica は計算を行い下図のようになります。

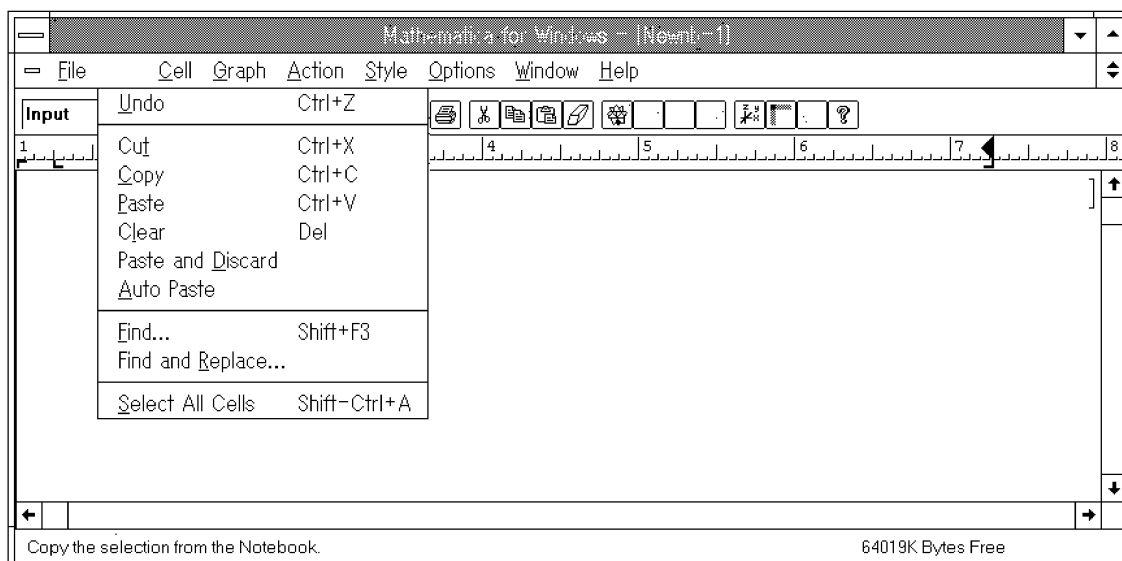


2.4 メニューを使う操作

ここでは、ウインドウの上部にある「File」・「Edit」・「Graph」メニューの機能について説明します。操作は、メニューをクリックするとウインドウが表われるので、そのままドラッグして行き、目的の操作の所の色¹が反転したらクリックしたボタンを離してください。

2.4.1 基本操作

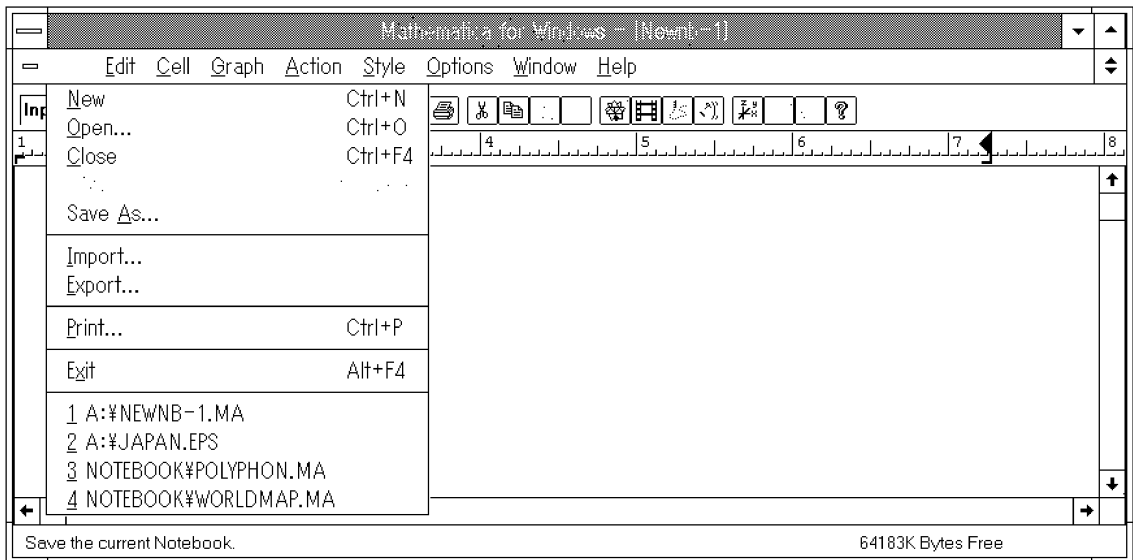
「Edit」メニューでは、セルや入力した文字に対して、以下の操作を行います。



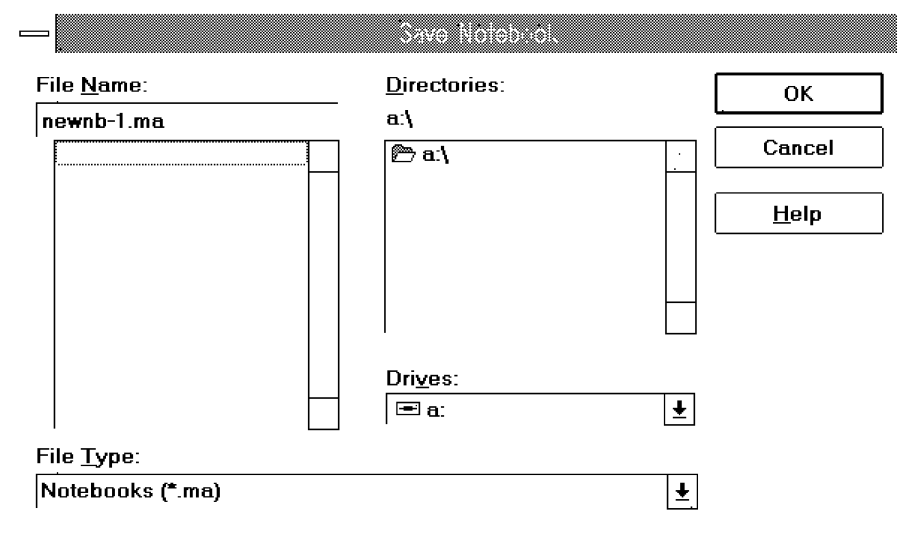
- | | |
|------------------|------------------------------|
| Cut | : 選択部分を消去し、バッファ内に記憶します。 |
| Copy | : 選択部分をバッファ内に記憶します。 |
| Paste | : バッファ内に記憶されたデータを選択部分に挿入します。 |
| Clear | : 選択部分を消去します。 |
| Select All Cells | : ノートブックのセル全体を選択します。 |

2.4.2 ファイルの保存

作成したファイルをフロッピーディスクに保存します。フロッピーをフロッピーディスクドライブに挿入して、「File」メニューから「Save」を選択します。

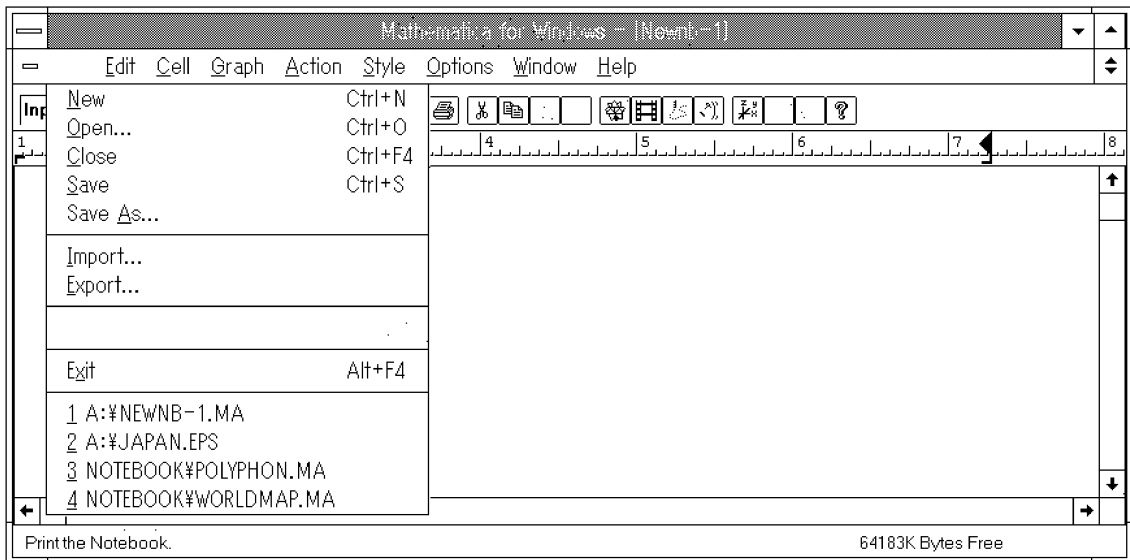


「Save」ウインドウが表われるので、保存するファイルの名前を「newnb-1.ma」とすると、「File Name」の欄に「newnb-1.ma」とファイル名を入力し、「Drives」を「a:」に変え をクリックします。

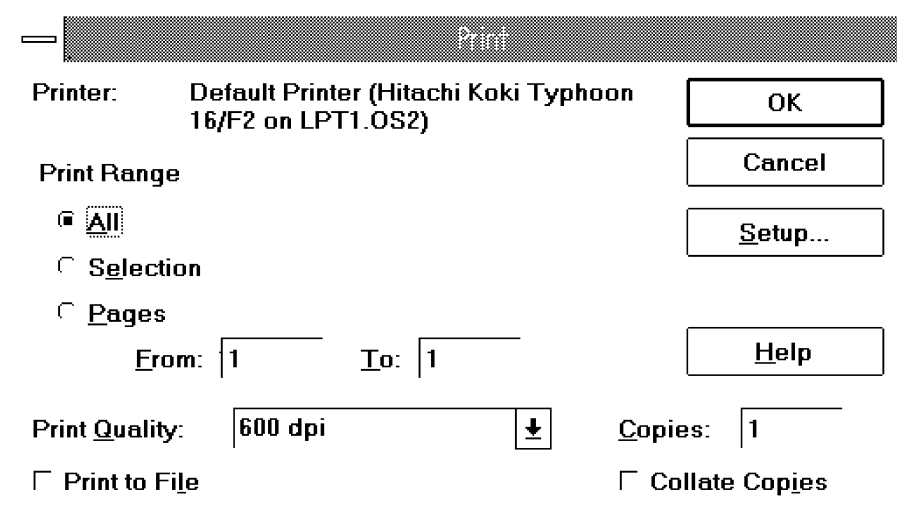


2.4.3 プリント

「File」メニューから「Print」を選択します。

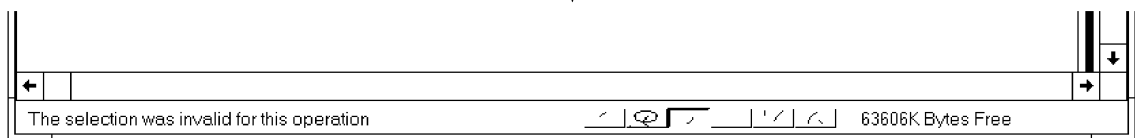
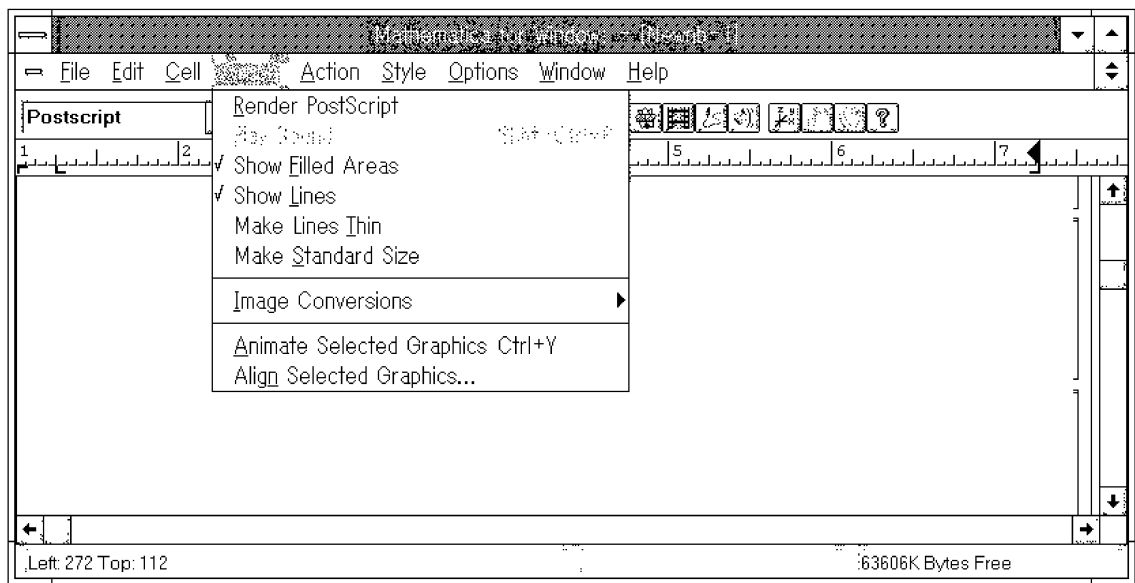


「Print」 ウィンドウが表われるので、 をクリックします。



2.4.4 アニメーション

少しずつ動かした複数のグラフィックスを描画し、連続して表示することによりアニメーションとなります。最初にコマとなるグラフィックスの「セル」を選択し、「Graph」メニューから「Animate Selected Graphics」を選択します。すると、ウィンドウの下部に「リモコン」が表われます。



「リモコン」の機能は左から「逆再生」・「再生と逆再生の繰り返し」・「再生」・「一時停止」・「逆再生の早送り」・「再生の早送り」となっています。

3 Mathematica のコマンド

3.1 基本的なルールとコマンド

■ =, +, -, *, /, ^

- = ⇔ 代入を意味し、右から左へ代入されます ($x = 1$)。
- + ⇔ 和と正を意味します ($x + y$)。
- ⇔ 差と負を意味します ($x - y$)。
- * ⇔ 積を意味します ($x * y = x \times y$)。
- / ⇔ 商を意味します ($x / y = \frac{x}{y}$)。
- ^ ⇔ べきを意味します ($x ^ y = x^y$)。

注意として、積はスペースを使って $x y$ と書く事も出来ます。また、 $5x$ は $5 \times x$ を意味し、 x^2y は $x^2 \times y$ を意味しています— x^{2y} ではありません—。

■ ==, !=, <, >, >=, <=

関係演算子と呼ばれています。

== \iff 等号
 != \iff 不等号
 < \iff 右辺より左辺が小さい
 > \iff 右辺より左辺が大きい
 >= \iff 右辺より左辺が大きいか等しい
 <= \iff 右辺より左辺が小さいか等しい

■ &&, ||, !

論理演算子と呼ばれています。

&& \iff 論理積
 || \iff 論理和
 ! \iff 否定子

■ i++, ++i, i--, --i

i++, ++i \iff i の値が 1 増加 $\iff i = i + 1$
 i--, --i \iff i の値が 1 減少 $\iff i = i - 1$

■ ;

1 行に複数の命令を書くときにつかいます。

$x = 1; y = 2; z = 3; w = x + y + z$

結果の表示が不必要なときに; を付加します。

例 1 ; を付加すると結果を出力しません。



例 2 ; を省略すると結果を出力します。

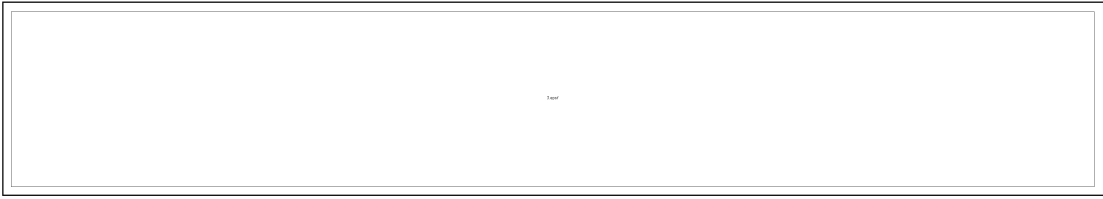


■ %

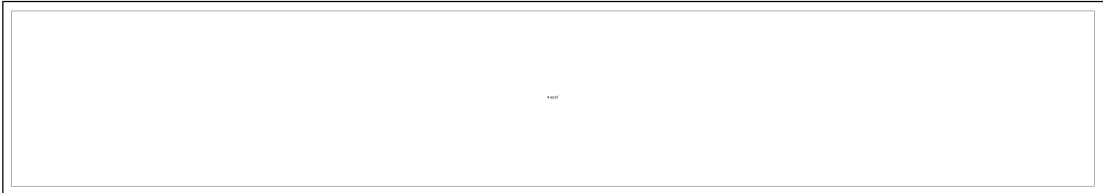
すでに得られた結果を利用することが出来ます。

% \iff 最後に得られた結果
 %% \iff 最後のひとつ前に得られた結果
 %n \iff Out[n] で得られた結果

例 3 最後に得られた結果に 1 を足しています (ここでは $3 + 1$)。



例 4 Out[2] で得られた結果に 1 を足しています (ここでは $3 + 1$)。



. Pi,I,E,Infinity

これらは、次の対応をしています。

$$\text{Pi} = 3.1415\dots = \pi$$

$$\text{E} = 2.7182\dots = e$$

$$\text{I} = \sqrt{-1} = i$$

$$\text{Infinity} = \infty$$

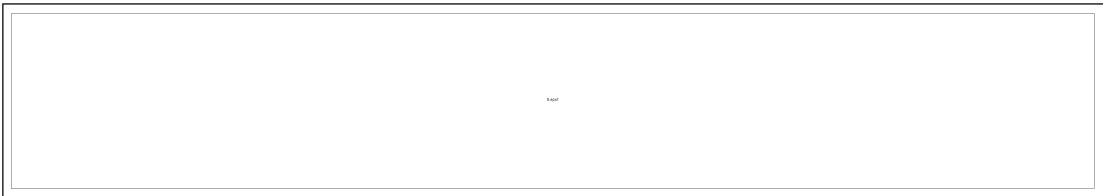
■ Clear

$x = 3$ のような明示的な定義は、大域的な影響を及ぼします。使い終わったら `Clear[x]` 又は `x = .` とし、設定されていた値をクリアしておきましょう。また、関数の定義などもクリアできます。

■ N

近似数値や必要精度で、有効数値を与えます。 `N[x]` と `x //N` は同じです。

例 5 30 桁の精度で e の値を求めます。



. Sqrt

`Sqrt[x]` は \sqrt{x} を意味します。

■ Sin,Cos,Tan

`Sin[x]`, `Cos[x]`, `Tan[x]` は三角関数 $\text{Sin}(x)$, $\text{Cos}(x)$, $\text{Tan}(x)$ を意味します。

■ Log

`Log[x]` は自然対数 ($\log_e x$) を意味し、`Log[y,x]` は y を底とする対数 ($\log_y x$) を意味します。

■ Print

$x = 1$, $y = 2$ とすると、

$$\text{Print}[x] \iff 1$$

$$\text{Print}["x = ",x] \iff x = 1$$

$$\text{Print}["x = ",x," ", "y = ",y] \iff x = 1, y = 2$$

とそれぞれ表示されます。

3.2 リストと行列

$\{x,y,z\}$ を「リスト」と呼びます。数値・文字・グラフィックスなどを成分にすることが出来ます。また、「リスト」を拡張すると「行列」を表わすことが出来ます。

$$\begin{aligned}\{x,y,z\} &\iff (x,y,z) \\ \{\{x\},\{y\}\} &\iff \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ \{\{x,y\},\{z,w\}\} &\iff \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}\end{aligned}$$

■ Part

リストや行列に関して成分を取り出します。2種類の書き方があります。

$$a = \{m,n\} \quad , \quad b = \{\{x,y\},\{z,w\}\}$$

とすると、 $m,w,\{z,w\},\{x,z\}$ を取り出すには、

$$\begin{aligned}m &\iff \text{Part}[a,1] &&\iff a[[1]] \\ w &\iff \text{Part}[b,2,2] &&\iff b[[2,2]] \\ \{z,w\} &\iff \text{Part}[b,2] &&\iff b[[2]] \\ \{x,z\} &\iff \text{Part}[b,\{1,2\},1] &&\iff b[[\{1,2\},2]]\end{aligned}$$

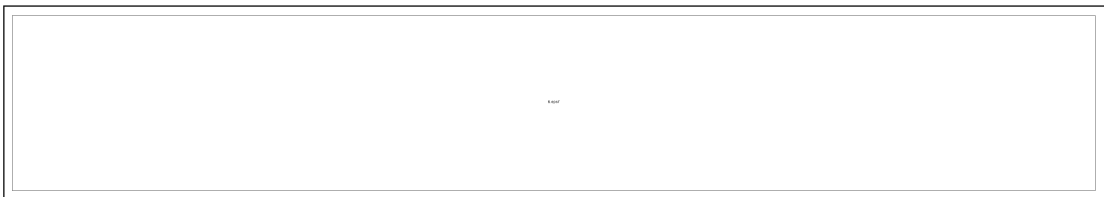
と書きます。また、各成分だけでなく行ベクトルや列ベクトルの抽出も出来ることが解ります。

■ NestList

一連のネスト状態のリストを生成します。

`NestList[評価される関数, 初期値, 回数]` となっています。

例6 $f(x)$ について x と1回から4回までネストしたリストを生成します。



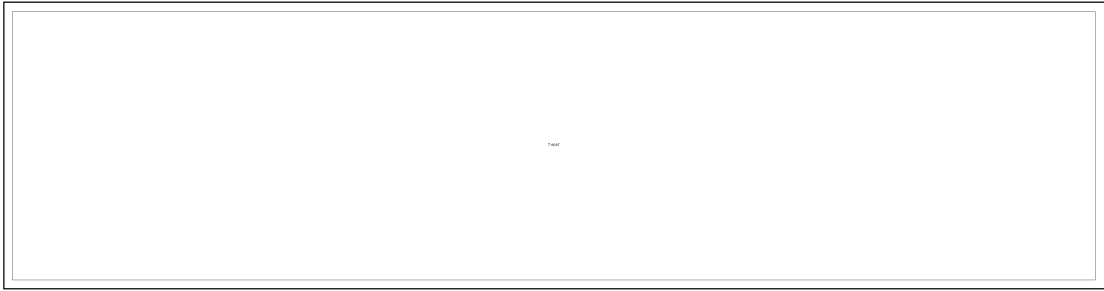
3.3 関数の定義

Mathematicaの組み込みオブジェクトは「大文字」で始まります。皆さんが関数を定義するときは小文字で始まる関数にしておいた方が良いでしょう。また、 x_* や y_* は変数として扱われます。

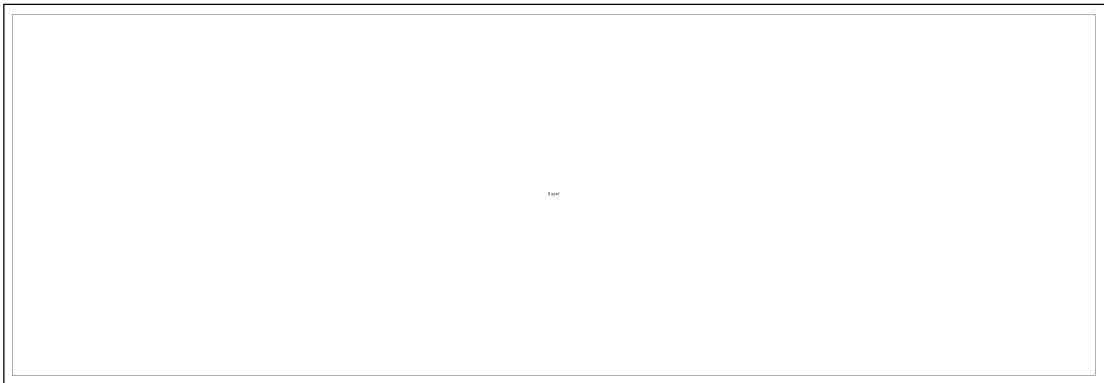
■ :=

関数を定義します。

例7 $f(x,y) = x^2 + y^2$ を定義します。



例 8 $g(x) = x^2 + y^2$ を定義します。



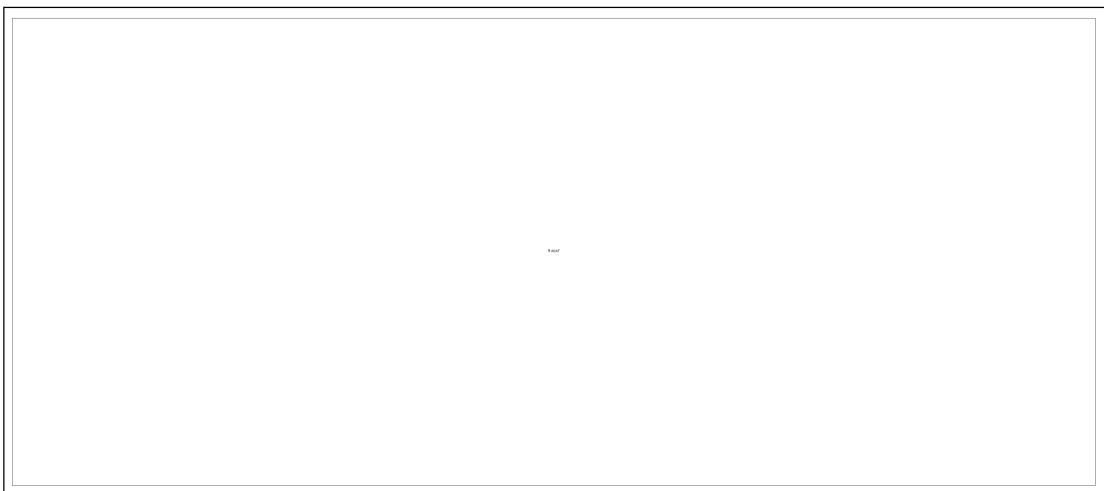
..... 8では y は大域的な変数となるので、以前に使っていると影響を受けてしまいます。

■ **Module**

関数を定義します。大域的な変数に影響を受けません。

Module[局所変数, 関数] となっています。

例 9 $h(x) = x^2 + y^2$ を定義します。



..... 9では y は局所変数となるので以前に使っていても影響を受ける事も与えることはありません。

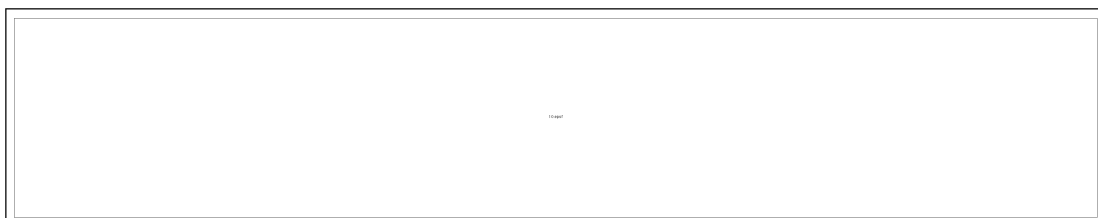
3.4 繰り返しと条件分岐

■ Do

決められた回数だけ、繰り返し実行します。

Do[評価される関数, 繰り返す変数と範囲] となっています。

例 10 i を 1 から 3 まで動かし 2 乗の値をもとめます。

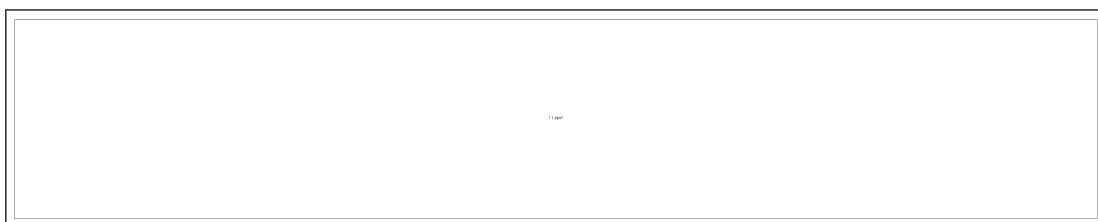


. For

条件を満たすまで、繰り返し実行します。

For[変数の初期値, 終了条件, 変数の増減, 評価される関数] となっています。

例 11 1 から 3 まで表示します。

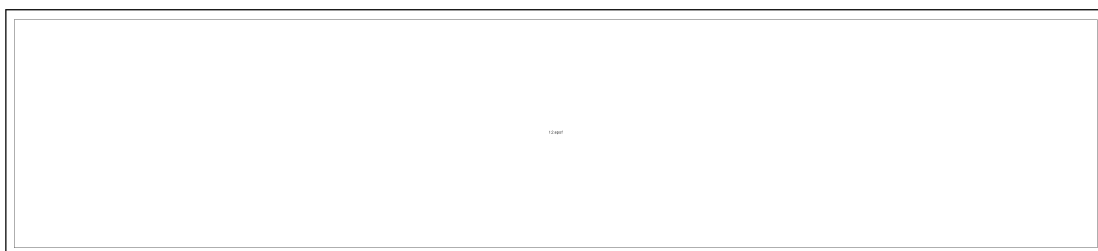


. If

条件にしたがって分岐処理します。

If[評価, 真のとき実行, 偽のとき実行] となっています。

例 12 x が 1 ならば Yes を、それ以外なら No を表示します。



3.5 方程式の操作と連立方程式の解

■ Expand

積やべきを展開します。

例 13 $(1 + x)^4$ を展開します。

■ Solve

連立方程式を解きます。

例 14 $x - y = 1, x + 2y = 4$ を (x, y) について解きます。

3.6 微分積分

■ D, Dt

微分します。

$$\begin{aligned} \text{偏微分 } \frac{\partial}{\partial x} f &\iff D[f, x] \\ \text{全微分 } \frac{d}{dx} f &\iff Dt[f, x] \end{aligned}$$

例 15 x^n を x について偏微分します。

■ Integrate

積分します。

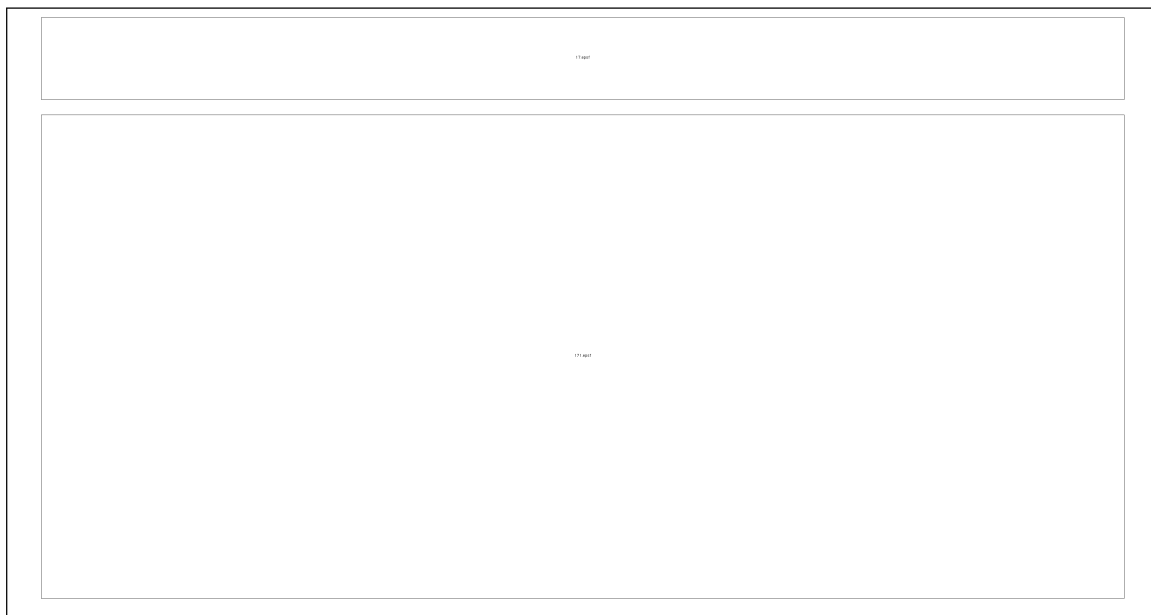
$$\begin{aligned} \text{不定積分 } \int f dx &\iff \text{Integrate}[f, x] \\ \text{定積分 } \int_a^b f dx &\iff \text{Integrate}[f, \{x, a, b\}] \end{aligned}$$

例 16 $\int_0^\pi \sin(x) dx$ を求めます。

3.7 グラフィックス

■ ListPlot

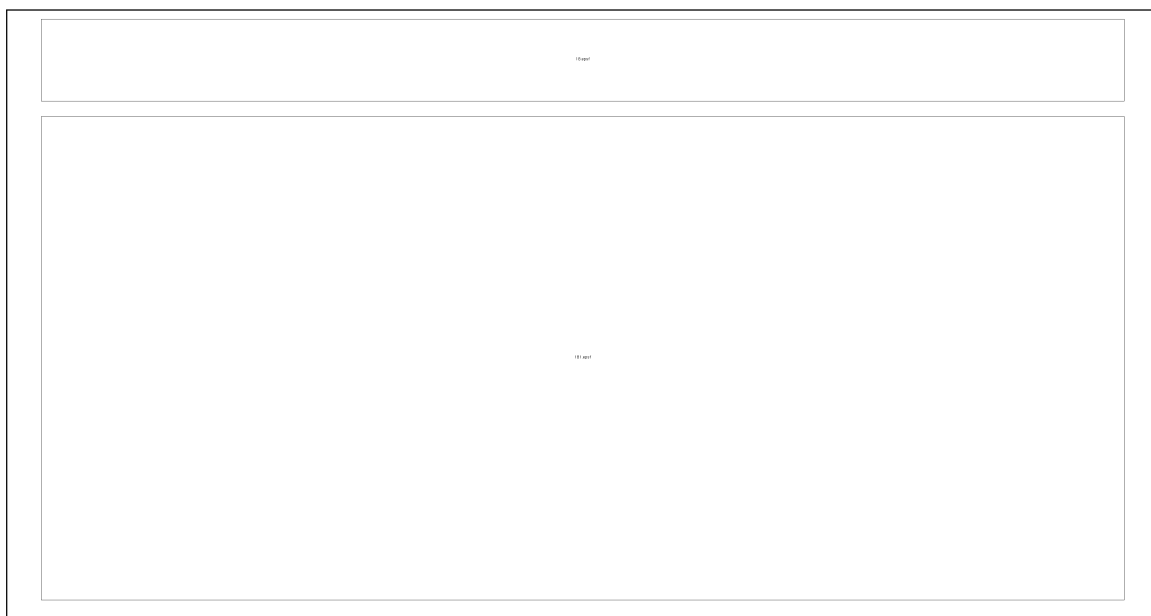
例 17 リスト {1,4,9,16,25,36,49,64} の点グラフを描きます。



. ParametricPlot

媒介変数を使って2次元のグラフを描きます。

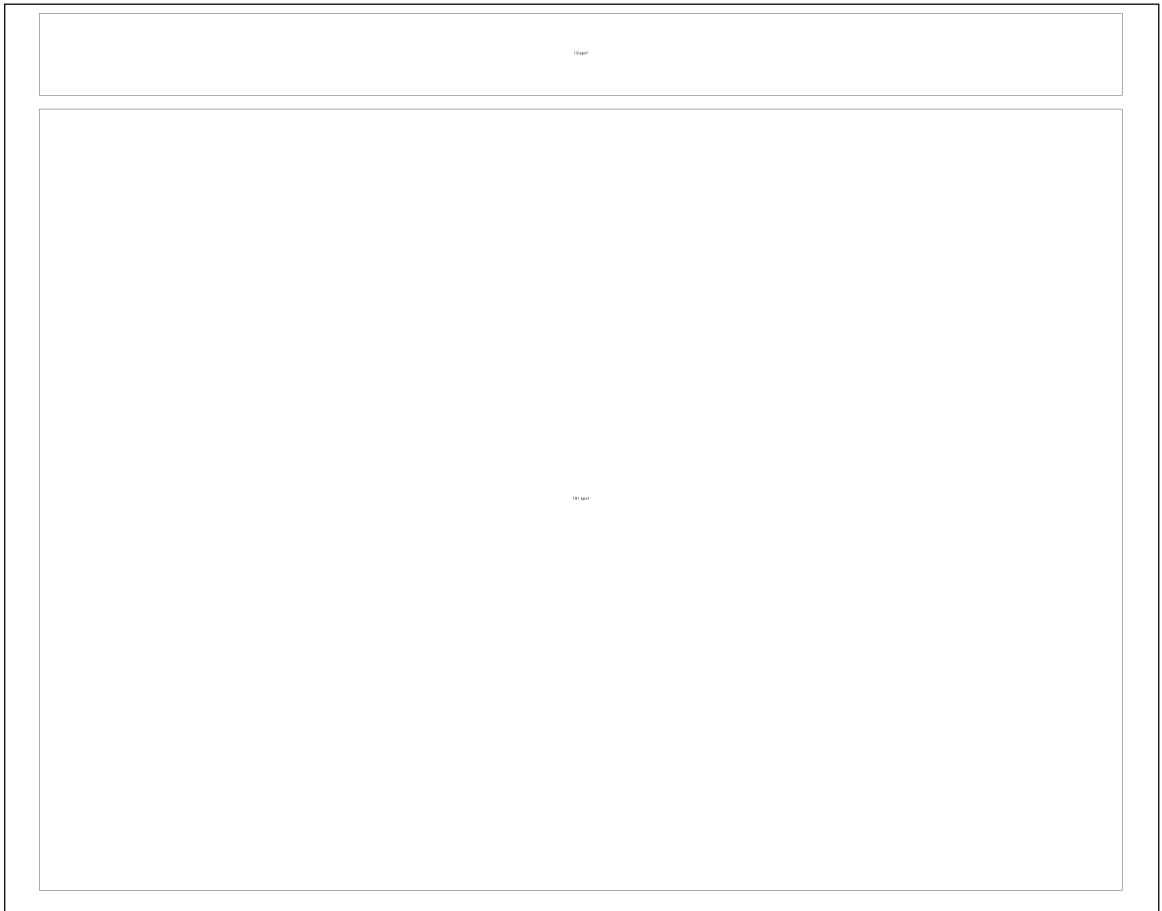
例 18 媒介変数 t を使って $(x, y) = (\sin(t), \sin(2t))$ のグラフを描きます。



. ParametricPlot3D

媒介変数を使って3次元のグラフを描きます。

例 19 媒介変数 t を使って $(x, y, z) = (\sin(t), \cos(t), t/3)$ のグラフを描きます。



3.8 その他のコマンド

■ GroebnerBasis

グロブナー基底を求めます。

例 20 一組の多項式からグロブナー基底をもとめます。

